Л. А. Исаченкова А. А. Сокольский Е. В. Захаревич

ФИЗИКА

9

О С Н О В Н Ы Е   Ф О Р

РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

$\vec{a} = \vec{0}$

$\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}$

$\Delta\vec{r} = \vec{v}t$

Перемещение

$x = x_0 + v_x t$

Координата

$s = vt$

Путь

ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

$\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}$

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

Скорость

$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$

Перемещение

$x = x_0 + v_{0x} t + \dfrac{a_x t^2}{2}$

Координата

ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

$\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t};\ \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu;\ \omega = \dfrac{v}{R}$

Угловая скорость

$a = \dfrac{v^2}{R}$

Центростремительное ускорение

М У Л Ы   М Е Х А Н И К И

ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Второй

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Третий

ЗАКОН ГУКА

$$F_x = -kx$$

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

ЗАКОН АРХИМЕДА

$$F_{А} = \rho_{ж} g V_{погр}$$

ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

$$F_{тр} = \mu F_{д} = \mu N$$

МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА

$$A = F\Delta r\cos\alpha$$

МОЩНОСТЬ

$$P = \frac{A}{\Delta t}$$

ИМПУЛЬС ТЕЛА

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

ЭНЕРГИЯ

$$E_{к} = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая

$$E_{п} = mgh;\ E_{п} = \frac{kx^2}{2}$$

Потенциальная

Л. А. Исаченкова А. А. Сокольский Е. В. Захаревич

ФИЗИКА

Учебное пособие для 9 класса
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

Под редакцией *А. А. Сокольского*

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь

Минск «Народная асвета» 2019

УДК 53(075.3=161.1)
ББК 22.3я721
И30

Рецензенты:

кафедра физики и методики преподавания физики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (кандидат физико-математических наук, доцент *О. Н. Белая*);
учитель физики высшей квалификационной категории государственного учреждения образования «Гимназия № 10 г. Минска» *Т. В. Олихвер*

ISBN 978-985-03-3082-6

СОДЕРЖАНИЕ

Дорогие девятиклассники!

Материал данного учебного пособия позволит вам более глубоко проникнуть в тайны механики, с которой вы уже познакомились в 7-м классе.

Пособие состоит из четырех глав, разделенных на параграфы. Параграфы содержат рубрики: «Главные выводы», «Контрольные вопросы», «Домашнее задание», «Для любознательных». В конце глав даны темы проектных заданий. Они выполняются по рекомендации учителя. Пятая глава учебного пособия состоит из описания лабораторных работ.

Иллюстрированные страницы, открывающие первые четыре главы, содержат вопросы, ответы на которые вы сможете дать по мере изучения материала конкретной главы.

Чтобы работа с учебным пособием принесла больше пользы, дадим несколько советов.

Внимательно прочитайте текст параграфа. Очень важно понять смысл изложенного. Уделите особое внимание определениям физических величин, физическим законам и формулам. Они выделены в тексте. Если дан вывод формулы — самостоятельно повторите его в тетради.

В текст некоторых параграфов включены вопросы. Не оставляйте без ответа ни один из них.

Внимательно читайте описание демонстрационных опытов. Их можно провести дома. Это поможет вам лучше понять изучаемые явления. Рекомендации по «оживлению» опытов, обозначенных знаком , даны в *Приложении 2* «Как просматривать видео к иллюстрациям».

Проанализируйте главные выводы.

После главных выводов даны контрольные вопросы. Обязательно дайте ответ на каждый из них. В некоторых случаях для этого полезно обратиться к дополнительным источникам информации, Интернету.

Изучив теоретический материал и ответив на контрольные вопросы, необходимо решить задачи. Часть задач находится в упражнениях в конце параграфа. Наиболее сложные вопросы и задачи отмечены знаком . Задания со знаком предполагают использование электронного образовательного ресурса «Физика, 9 класс» и интерактивных моделей.

Материал, находящийся в рубрике «Для любознательных», предназначен для тех, кто стремится получить более глубокие знания и планирует связать свою будущую специальность с техникой или научной работой.

Приложение 1 в конце книги поможет вам при выполнении лабораторных работ и проектных заданий.

Желаем творческих успехов и хороших отметок!

Авторы

1 Основы кинематики

- Может ли перемещение быть равным нулю, если пройденный путь нулю не равен?
- Как, находясь в вагоне поезда, определить скорость его движения?
- Пловец находится рядом с плотом, плывущим по реке. Что займет у пловца больше времени: отплыть от плота на 20 м по течению или против него?

§ 1. Механическое движение

а

б

Рис. 1

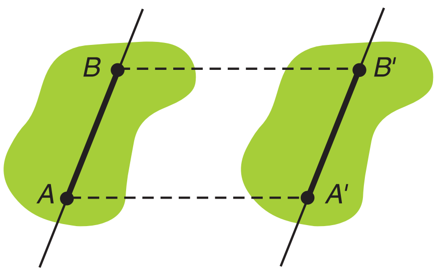


Рис. 2

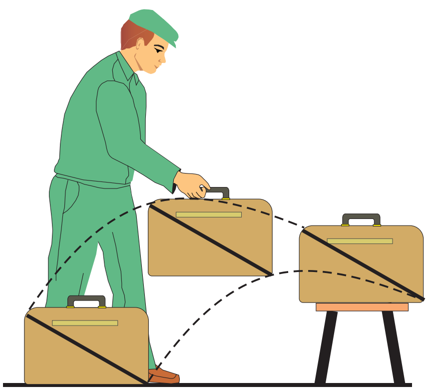


Рис. 3

Говоря, что автомобиль сначала ехал прямо, затем повернул направо и вскоре остановился, мы даем словесное описание того, как двигался автомобиль.

Для такой точной науки, как физика, этого недостаточно. Необходимо дать математически строгое, количественное описание движения тела. Этим занимается раздел физики *кинематика*.

В 7-м классе вы изучали самый простой вид движения — прямолинейное движение. Движение реальных тел может быть очень сложным. Понаблюдайте за самолетом, выполняющим фигуры высшего пилотажа (рис. 1, *а*), или за человеком, совершающим прыжок в воду (рис. 1, *б*). Как описать такие сложные движения?

Начнем описание с более простого движения — поступательного.

Если форма и размеры тела в процессе движения не изменяются, то тело называют абсолютно твердым. Движение таких тел мы и будем рассматривать в кинематике. При поступательном движении прямая, проходящая через любые две точки тела, остается параллельной своему первоначальному положению (рис. 2).

Поступательное движение может быть как прямолинейным, так и криволинейным (рис. 3). Траектории точек тела, движущегося поступательно, одинаковы. Они лишь смещены друг относительно друга.

Любое движение абсолютно твердого тела сводится к поступательному перемещению и вращению.

Так как при поступательном движении все точки движутся одинаково, достаточно изучить движение только одной из точек тела, т. е. использовать *модель материальной точки*.

Материальной точкой называют тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Именно от поставленной задачи зависит, можно ли считать данное реальное тело материальной

Рис. 4

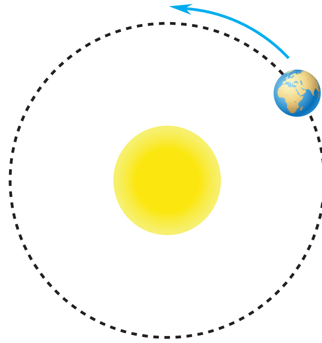


Рис. 5

точкой. Например, если нас интересует движение крыльев бабочки (рис. 4), то бабочку нельзя рассматривать как материальную точку. В то же время Землю можно считать материальной точкой, если рассматривать ее движение вокруг Солнца (рис. 5).

Главные выводы

1. Задача кинематики — математически строгое описание механического движения тел.
2. При описании поступательного движения можно использовать модель материальной точки.
3. Материальной точкой называют тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит задача кинематики?
2. Что такое абсолютно твердое тело?
3. Какое движение называют поступательным?
4. Может ли поступательное движение быть криволинейным?
5. При каких условиях реальное тело можно рассматривать как материальную точку?

Домашнее задание

1. Выразите время в секундах: $t_1 = 20$ мкс; $t_2 = 0{,}40$ мин; $t_3 = 3{,}0$ ч; $t_4 = 0{,}050$ сут; $t_5 = 0{,}0000080$ года (високосного).
2. Запишите величины, используя приставки «мега», «кило», «санти», «милли», «микро»: напряжение $U = 3 \cdot 10^6$ В; путь $s = 4 \cdot 10^3$ м; длина $l = 8 \cdot 10^{-2}$ м; масса $m = 7 \cdot 10^{-3}$ г; толщина $d = 2 \cdot 10^{-6}$ м.
3. Измерьте свой рост и запишите его в километрах, метрах, дециметрах, сантиметрах, миллиметрах, микрометрах. Какая единица измерения роста предпочтительнее?
4. Используя линейку, продемонстрируйте поступательное и вращательное движения.

§ 2. Относительность движения. Система отсчета

В 7-м классе вы узнали, что такое путь, пройденный телом, скорость движения тела, траектория. От чего они зависят? Конечно, от того, как это тело движется. Но не только от этого.

Представьте, что вы сидите в кресле самолета, летящего со скоростью $v = 900\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Движетесь вы или нет? Один человек скажет, что вы движетесь, а другой — что вы находитесь в состоянии покоя. Кто из них прав? Правы оба. Пассажир, сидящий в кресле самолета, *относительно Земли* движется, а *относительно самолета* — находится в состоянии покоя.

Тело, относительно которого рассматривается движение других тел, называют *телом отсчета*. Его условно принимают за неподвижное.

Если за тело отсчета принять Землю, то ее следует считать покоящейся, а самолет и его пассажиров — движущимися. Если за тело отсчета принять самолет, то самолет и пассажиры находятся в состоянии покоя, а движется Земля.

Понятия и величины, зависящие от выбора тела отсчета, называют ***относительными***. Таким образом, «состояние покоя» и «состояние движения» — понятия относительные. А относительны ли *скорость движения, траектория, путь*? В нашем примере скорость движения авиапассажира относительно Земли равна $v = 900\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а относительно самолета — нулю. Значит, *скорость — величина относительная*.

Убедимся, что относительна и траектория. Рассмотрим вагон (рис. 6), движущийся с постоянной скоростью v по прямолинейному участку пути. По какой траектории будет двигаться яблоко, выпущенное мальчиком из рук?

Скорость яблока в точке *A* *относительно вагона* равна нулю. Яблоко движется вниз *по прямолинейной траектории AB*.

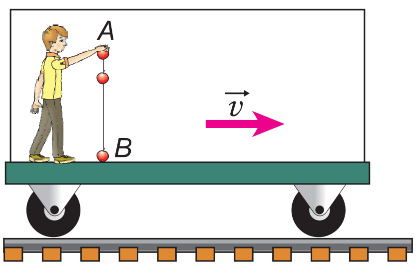


Рис. 6

А какова начальная скорость яблока относительно Земли? Хотя мальчик не бросил яблоко, а просто выпустил его из рук, начальная скорость яблока *относительно Земли* нулю не равна! Она равна v — скорости движения вагона относительно Земли. Перемещаясь с этой скоростью относительно Земли по горизонтали и одновременно падая по вертикали, яблоко движется относительно Земли (и наблюдате-

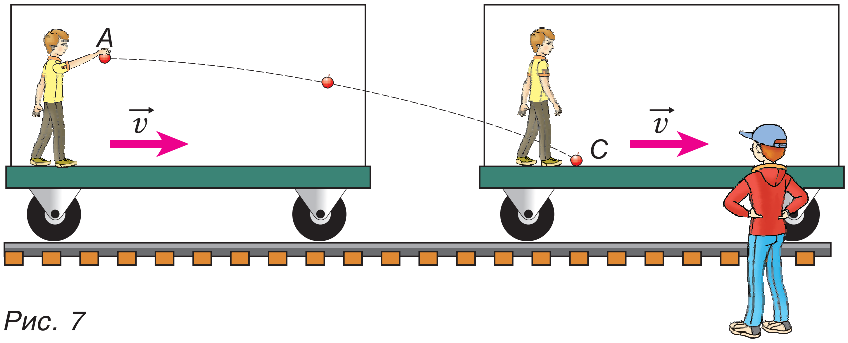


Рис. 7

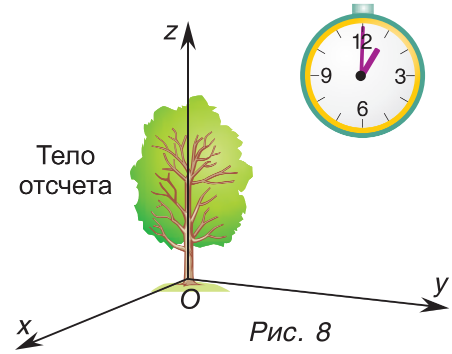


Рис. 8

ля на платформе) *по криволинейной траектории AC* (рис. 7). Значит, и траектория движения тела — понятие относительное.

А будет ли относительным путь? Если телом отсчета служит Земля, то в первом примере путь авиапассажира за один час полета равен 900 км. Если же за тело отсчета принят самолет, то путь авиапассажира равен нулю. Таким образом, путь — также величина относительная.

Сделаем вывод. **Основные характеристики движения: скорость, траектория, путь — относительны.** Они зависят от выбора тела отсчета.

Пусть тело отсчета выбрано. Что еще необходимо для описания движения тел?

Напомним, что механическое движение — это изменение положения тела относительно других тел *в пространстве с течением времени*. Для определения положения тела нужна система координат, а для измерения времени — часы.

Тело отсчета, жестко связанная с ним система координат и часы образуют *систему отсчета* (рис. 8). Чаще всего за тело отсчета мы будем принимать Землю (или тело, неподвижное относительно нее).

Рассмотрим примеры описания движения тел с использованием системы отсчета.

Пример 1. *Движение пешехода по прямолинейному участку дороги* (рис. 9). За тело отсчета примем дерево. Ось координат *Ox* направим вдоль дороги. Начало координат расположим в точке *O* (у основания дерева). На рисунке 9 показано, что в момент времени

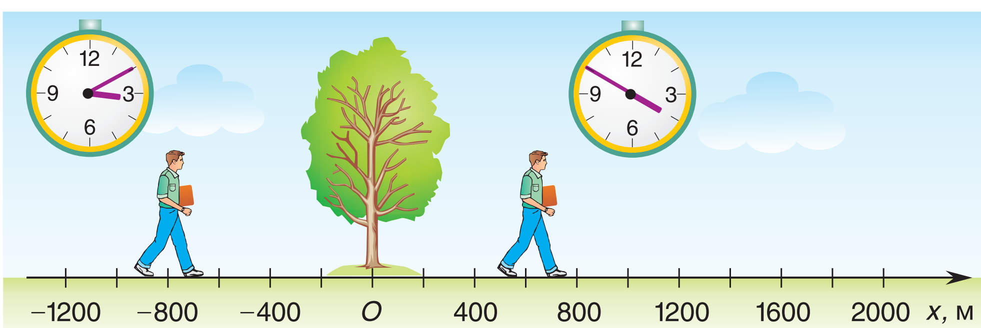


Рис. 9

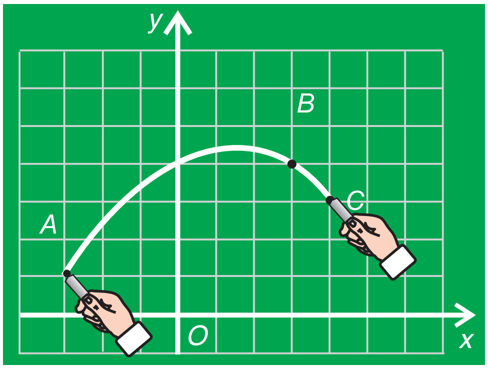


Рис. 10

t_1 = 3 ч 10 мин положение пешехода определялось координатой x_1 = –800 м. В момент времени t_2 = 3 ч 50 мин его координата стала равной x_2 = 600 м и т. д.

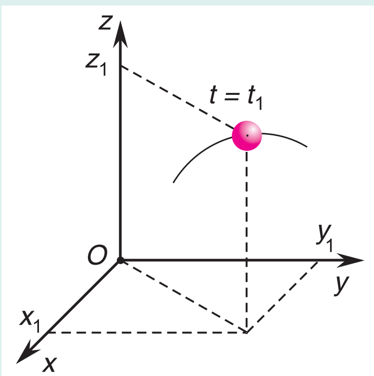
Значит, **для описания движения тела по заданной прямой достаточно знать для каждого момента времени значение одной координаты.**

Пример 2. *Движение куска мела по школьной доске (по плоскости)* (рис. 10). Примем доску за тело отсчета. Для описания движения тела в этом примере одной координаты недостаточно.

При описании движения тела по плоскости следует использовать две координатные оси (Ox и Oy) и для каждого момента времени t знать две координаты (x и y) тела.

Например, на рисунке 10 при t_0 = 0 мел находился в точке A с координатами x_0 = –3 дм, y_0 = 1 дм, при t_1 = 3 с — в точке B с координатами x_1 = 3 дм, y_1 = 4 дм и т. д.

Для любознательных



Пример 3. Для описания движения тела в пространстве (например, мяча, птицы, самолета) необходимы **три координатные оси:** Ox, Oy, Oz.

На рисунке 11 показано, как определяют координаты x_1, y_1, z_1 тела в пространстве в некоторый момент времени t_1.

Рис. 11

Главные выводы

1. Движение и покой, траектория, скорость, путь и другие характеристики движения относительны. Они зависят от выбора системы отсчета.
2. Тело отсчета — это тело, относительно которого рассматривается движение других тел.
3. Тело отсчета, связанная с ним система координат и часы образуют систему отсчета.
4. Для описания прямолинейного движения достаточно одной координатной оси, а движения по плоскости — двух осей.

Контрольные вопросы

1. Как понимать утверждение: «Механическое движение относительно»?
2. Какие характеристики движения относительны? Объясните почему.
3. Что такое тело отсчета? Что понимают под системой отсчета?
4. Чем определяется выбор системы координат? Покажите на примерах.

Упражнение 1

1. Что такое траектория? Путь? Чем они отличаются друг от друга?

2. Можно ли однозначно утверждать, что вы, сидя за школьным столом, находитесь в состоянии покоя? В состоянии движения? Ответ аргументируйте.

3. На рисунке 12 приведены графики зависимости пройденного пути *s* от времени *t* для городского автобуса, скоростного поезда и гоночного болида. Какой график соответствует какому транспортному средству? Каковы их скорости?

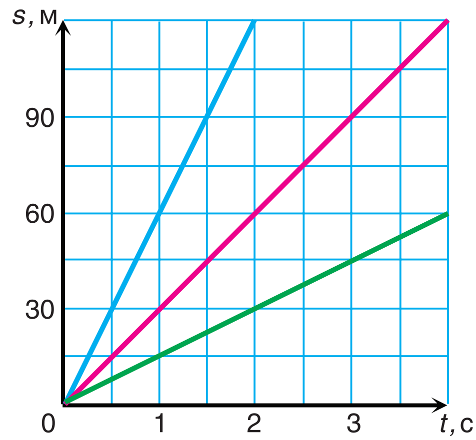


Рис. 12

4. Заданы значения путей: 900 000 км; 15 м; 0,060 км; 30 дм. Если эти пути пройдены за одно и то же время, то какой из них пройден пешеходом? Велосипедистом? Автомобилем? Световым сигналом? Введите соответствующие обозначения (например, $s_п = ...$ — путь, пройденный пешеходом). Выразите пути в единицах СИ. За какое время пройдены данные пути? С какой скоростью?

5. Используя интерактивную модель «Относительность движения» из раздела «Механическое движение», продемонстрируйте относительность траектории движения мяча (рис. 13).

а б

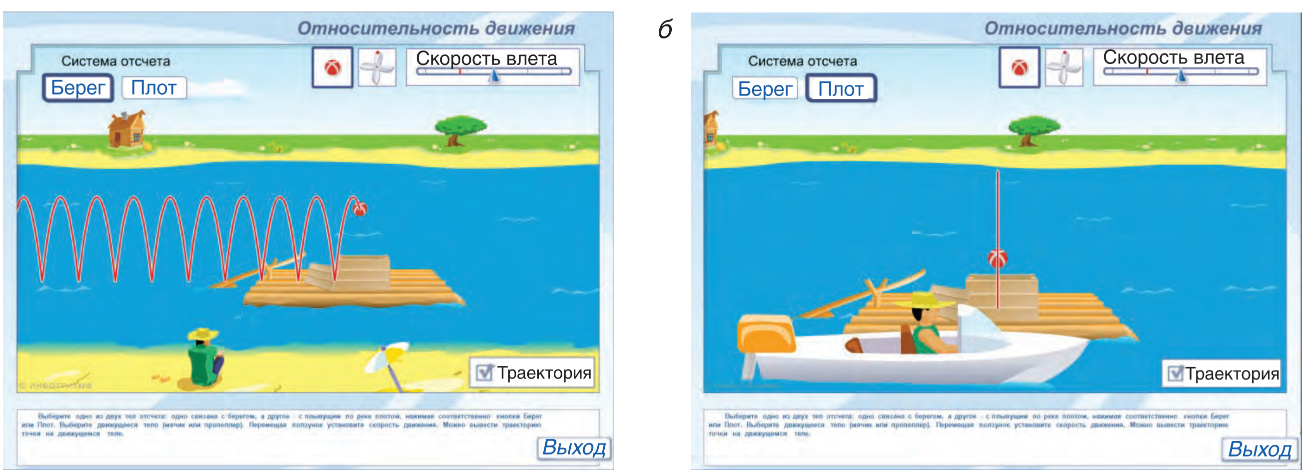


Рис. 13

§ 3. Скалярные и векторные величины. Действия над векторами

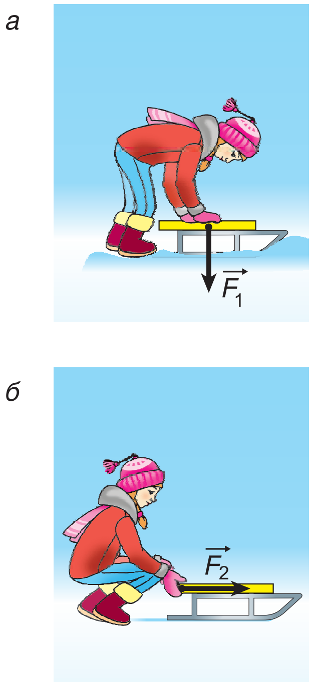


Рис. 14

В 7-м и 8-м классах мы рассматривали различные физические величины. Для одних величин достаточно знать их числовое значение и единицу измерения. Например, масса m = 25 кг, путь s = 10 м. Такие величины называют **скалярными**. Для других величин необходимо знать еще и **направление**. Их называют **векторными**. Например, векторной величиной является сила. Почему?

На рисунках 14, *а* и 14, *б* девочка действует на санки силой, имеющей одно и то же числовое значение. Но в первом случае санки лишь немного погрузились в снег, а во втором — пришли в движение. Значит, сила определяется не только числовым значением, но и *направлением*. Сила — величина векторная.

Векторной величиной является и скорость движения тел (рис. 15), и многие другие физические величины.

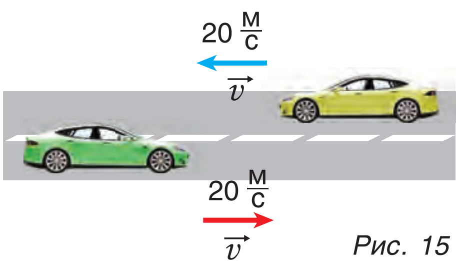


Рис. 15

Что нужно знать о векторных величинах (векторах)?

1. Векторы характеризуются модулем и направлением в пространстве.

Модулем вектора называется его числовое значение.

Вектор изображают в виде направленного отрезка (стрелки). Стрелка указывает, куда направлен вектор (рис. 14, 15). Длина стрелки характеризует модуль вектора (рис. 16). Над буквенным обозначением вектора ставят стрелку, например: $\vec{F}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$.

Модуль вектора обозначают той же буквой, но без стрелки над ней или символом |...|. Например, модуль вектора $\vec{a}$ на рисунке 16 равен $a = |\vec{a}| = 4$.

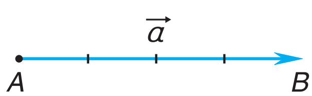


Рис. 16

Модуль любого (не равного нулю) вектора — число положительное.

2. Векторы равны между собой, если равны их модули и одинаковы направления.

Равные векторы лежат на одной и той же прямой или на параллельных прямых и направлены в одну и ту же сторону. На рисунке 17 $\vec{a} = \vec{b}$, $\vec{c} = \vec{d}$. Однако, несмотря на равенство модулей, $\vec{a} \neq \vec{c}$, так как у векторов $\vec{a}$ и $\vec{c}$ различные направления.

3. Угол между векторами. Чтобы найти угол φ между векторами (рис. 18, *а*), нужно совместить их начала (рис. 18, *б*). Если направления векторов одинаковы, то $\varphi = 0$ (рис. 18, *в*), если противоположны, то $\varphi = 180°$ (рис. 18, *г*).

4. Умножение вектора на число. Произведение вектора $\vec{a}$ на число k есть вектор $\vec{b} = k\vec{a}$. Чему равен его модуль? Куда направлен вектор $\vec{b}$?

- Модуль вектора $\vec{b}$ равен $b = |k|\,a$.
- Если $k > 0$, то вектор $\vec{b}$ направлен так же, как вектор $\vec{a}$, а если $k < 0$, то противоположно ему.

На рисунке 19 *а*, *б*, *в* и *г* показаны результаты умножения вектора $\vec{a}$ на 2, на 0,5, на (–3) и на (–1) соответственно.

5. Противоположные векторы. Вектор $\vec{d}$ называется *противоположным* вектору $\vec{a}$, если $\vec{d} = -\vec{a}$. У векторов $\vec{d}$ и $\vec{a}$ одинаковые модули, но противоположные направления (рис. 19, *а*, *г*).

6. Сложение векторов. В 7-м классе вы складывали силы, направленные или одинаково, или в противоположные стороны. Результатом сложения в первом случае была сила, модуль которой равен $F_1 + F_2$, а во втором $|F_1 - F_2|$.

То же самое получается и при сложении векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 20). Если они направлены одинаково (рис. 20, *а*), то их сумма $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ имеет модуль $c = a + b$. Если же направления векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположны (рис. 20, *б*), то модуль их суммы $c = |a - b|$. Обратите внимание: в последнем случае вектор $\vec{c}$ направлен так, как вектор с бо́льшим модулем (т. е. как вектор $\vec{a}$).

А как сложить векторы, направленные под любым углом друг к другу? Для этого можно использовать любое из двух следующих далее правил.

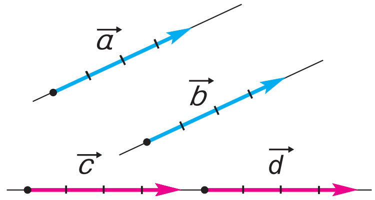


Рис. 17

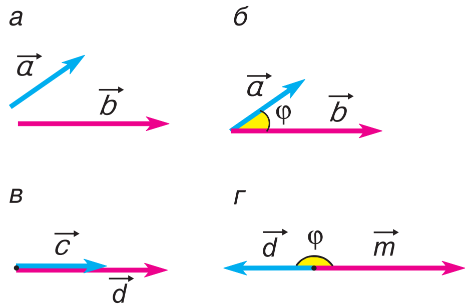


Рис. 18

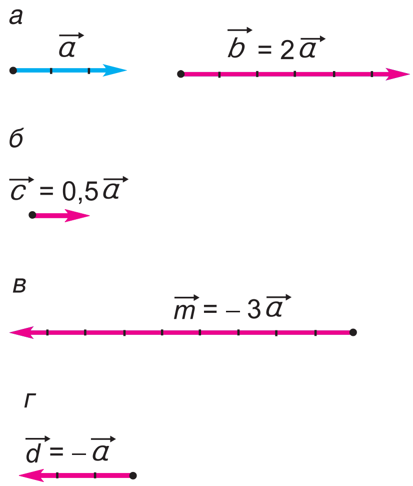


Рис. 19

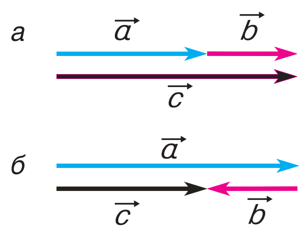


Рис. 20

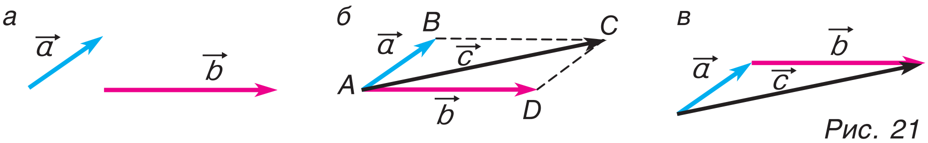


Рис. 21

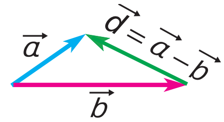


Рис. 22

Правило параллелограмма. Совместим начала векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 21, *а*), сохраняя их направления (рис. 21, *б*). Построим параллелограмм $ABCD$, принимая векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ за его стороны. Сумма векторов $\vec{a} + \vec{b}$ есть вектор $\vec{c}$, совпадающий с диагональю AC параллелограмма: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (см. рис. 21, *б*).

Правило треугольника. Совместим конец вектора $\vec{a}$ с началом вектора $\vec{b}$, сохраняя их направления (рис. 21, *в*). Вектор $\vec{c}$, проведенный из начала вектора $\vec{a}$ в конец вектора $\vec{b}$, равен сумме $\vec{a} + \vec{b}$ (см. рис. 21, *в*).

Из рисунков 21, *б* и 21, *в* ясно, что правило треугольника и правило параллелограмма дают одинаковые результаты. А как найти разность векторов?

7. Вычитание векторов. Пусть начала векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ совмещены (рис. 22). Проведем вектор $\vec{d}$ из конца *вычитаемого* вектора $\vec{b}$ в конец *уменьшаемого* вектора $\vec{a}$. Вектор $\vec{d}$ есть искомая разность: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Докажите с помощью построения, что $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$. Такой способ вычитания векторов очень удобен.

Для любознательных

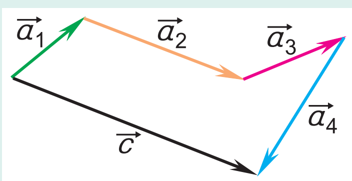


Рис. 23

8. Правило многоугольника. Чтобы найти сумму нескольких векторов (например, $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$, $\vec{a}_4$), каждый следующий вектор нужно проводить из конца предыдущего (рис. 23). Замыкающий вектор $\vec{c}$, проведенный из начала первого вектора $\vec{a}_1$ в конец последнего $\vec{a}_4$, есть сумма данных векторов: $\vec{c} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$. *Правило многоугольника* следует из правила треугольника.

9. Модуль суммы векторов. Не путайте *модуль суммы* векторов, т. е. $\left|\vec{a} + \vec{b}\right|$, и *сумму их модулей* $\left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$! Равенство $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$ выполняется только для одинаково направленных векторов (см. рис. 20, *а* на с. 13). Во всех остальных случаях $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| < \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$, т. е. *модуль суммы векторов меньше суммы их модулей*. Так получается потому, что в любом треугольнике (см. рис. 21, *в*) длина одной стороны меньше суммы длин двух других сторон. Проверьте это на примерах.

10. Нуль-вектор. Пусть вектор $\vec{a}$ равен вектору $\vec{b}$. Тогда их разность $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$, т. е. нуль-вектору.

Главные выводы

1. Векторные величины характеризуются модулем и направлением, скалярные — только числовым значением.
2. Сумму двух векторов находят по правилу параллелограмма или треугольника.
3. Разность двух векторов находят, проводя вектор из конца вычитаемого вектора в конец уменьшаемого (при совмещенных началах векторов).
4. Разность векторов $\vec{a} - \vec{b}$ можно найти как сумму $\vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$.
5. Произведение вектора $\vec{a}$ на число k есть вектор $\vec{b} = k\vec{a}$. При $k > 0$ направления векторов $\vec{b}$ и $\vec{a}$ совпадают, а при $k < 0$ — противоположны. Модуль вектора $\vec{b}$ равен $b = |k|a$.

Контрольные вопросы

1. В чем различие между векторными и скалярными величинами? Приведите примеры.
2. В каком случае векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ одинаково направлены? Противоположно направлены?
3. Может ли модуль вектора $k\vec{a}$ быть меньше модуля вектора $\vec{a}$? При каком условии?
4. Как сложить два одинаково направленных вектора? Два вектора противоположных направлений?
5. Как найти сумму векторов по правилу треугольника? Параллелограмма?
6. Как найти разность двух векторов?

Домашнее задание

Вырежьте из плотной бумаги пять стрелок различной длины: $a = 3$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см, $d = 7$ см, $e = 9$ см. Стрелки моделируют векторы. Обозначьте векторы, соответственно, как $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$.

Покажите на моделях, как складывать и вычитать векторы.

Какими будут углы между векторами для каждого из равенств: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$, $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, $\vec{b} - \vec{e} = \vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}$?

Каковы максимальное и минимальное значения модуля суммы и модуля разности для векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$? Для $\vec{c}$ и $\vec{d}$?

§ 4. Проекция вектора на ось

Вы уже знаете, что вектор имеет модуль и направление. При решении задач часто используется понятие **проекция вектора** на ось. Что такое проекция вектора? Как ее определяют?

Начнем с понятия *проекция **точки** на ось.*

Проекция точки — это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на ось.

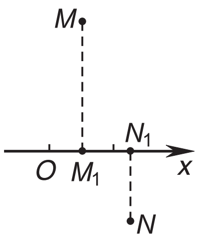


Рис. 24

На рисунке 24 точка M_1 — проекция точки M на ось Ox, точка N_1 — проекция точки N на эту ось.

А как определяют *проекцию **вектора** на ось*?

Проекция вектора на ось — это длина отрезка между проекциями начала и конца вектора, взятая со знаком «+» или «–». Знак «+» берут, если угол между вектором и осью острый, а знак «–» — если угол тупой.

На рисунке 25 проекция вектора $\vec{a}$ на ось Ox обозначена через a_x, а проекция вектора $\vec{b}$ — через b_x.

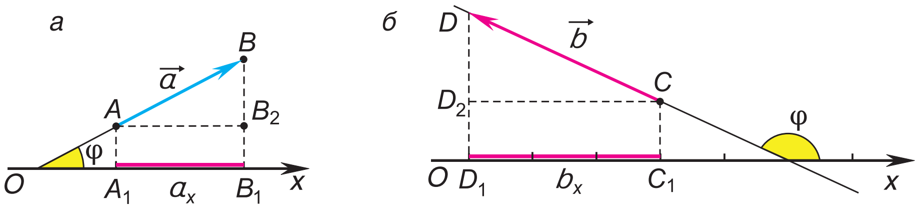


Рис. 25

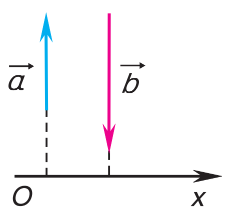


Рис. 26

Проекция a_x — число положительное, т. к. угол φ на рисунке 25, *а* — острый. Проекция b_x — число отрицательное ($b_x < 0$), т. к. угол φ на рисунке 25, *б* — тупой.

А если вектор перпендикулярен оси? Тогда его проекция на эту ось равна нулю (рис. 26).

Проекцию вектора можно выразить через его модуль и угол между вектором и осью.

Рассмотрим треугольник ABB_2 на рисунке 25, *а*. Его гипотенуза $AB = a$, катет $AB_2 = a_x$, а угол между ними равен φ. Следовательно,

$$a_x = a\cos\varphi. \qquad (1)$$

Проекция вектора на ось равна модулю вектора, умноженному на косинус угла между вектором и осью.

Это правило справедливо при любых углах между вектором и осью. Подтвердите это с помощью рисунков 25 и 26.

Обратим внимание на еще одно важное свойство проекций:

проекция суммы векторов на ось равна сумме их проекций на эту ось.

С помощью рисунка 27, *а*, *б* убедитесь, что из векторного равенства $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ следует равенство для проекций: $c_x = a_x + b_x$. Не забывайте о знаках проекций.

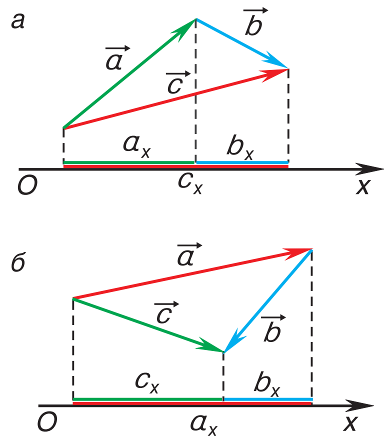


Рис. 27

Для любознательных

А можно ли найти модуль и направление вектора по его проекциям на координатные оси?

Рассмотрим вектор $\vec{d}$, лежащий в плоскости xOy (рис. 28). Его проекции на оси Ox и Oy определим из рисунка: $d_x = 8$, $d_y = 6$.

Модуль вектора $\vec{d}$ находим по теореме Пифагора из треугольника ACD: $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Разделив d_x на d, получим: $\cos\varphi = \frac{d_x}{d} = 0{,}8$. По значению косинуса находим угол $\varphi \approx 37°$.

Таким образом, вектор, лежащий в заданной плоскости, полностью определяется двумя проекциями на оси координат.

Вектор в пространстве определяется тремя проекциями: a_x, a_y, a_z (рис. 29).

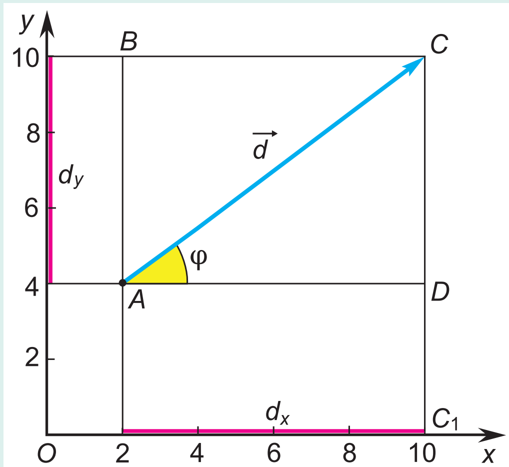


Рис. 28

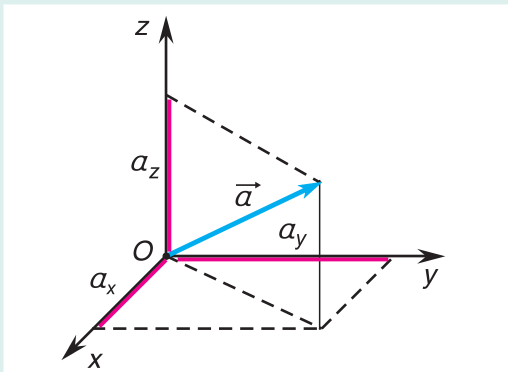


Рис. 29

Главные выводы

1. Проекция вектора на ось — это длина отрезка, заключенного между проекциями начала и конца вектора на эту ось, взятая со знаком «+» или «–».
2. Если угол между вектором и осью острый, то его проекция на эту ось положительна, если угол тупой — отрицательна, если прямой — равна нулю.
3. Проекция вектора на ось равна произведению его модуля на косинус угла между вектором и осью.
4. Проекция суммы векторов на ось равна сумме их проекций на эту ось.

Контрольные вопросы

1. Что такое проекция точки на ось? Проекция вектора на ось?
2. Когда проекция вектора на ось: а) равна нулю; б) положительна; в) отрицательна?
3. Как найти проекцию вектора на ось, зная его модуль и угол между вектором и осью?
4. Равна ли проекция разности двух векторов на ось разности проекций этих векторов на ту же ось? Поясните ответ с помощью чертежа.

Примеры решения задач

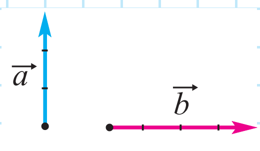


Рис. 30

1. Определите сумму и разность взаимно перпендикулярных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 30). Найдите модули векторов суммы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ и разности $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Решение

Сумму векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ находим по правилу треугольника (рис. 31, *а*) или параллелограмма (рис. 31, *б*). Так как векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны, модуль вектора $\vec{c}$ находим по теореме Пифагора: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Разность векторов $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ определим по правилам вычитания векторов (рис. 32, *а*, *б*).

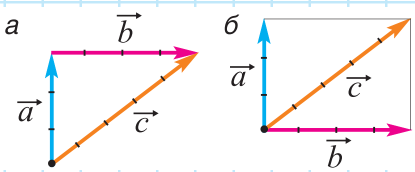


Рис. 31

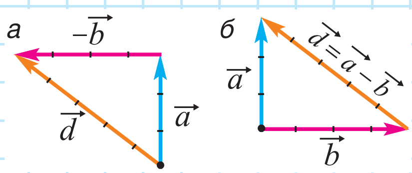


Рис. 32

Модуль вектора $\vec{d}$ находим аналогично:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Ответ: $c = 5$; $d = 5$.

2. Выразите вектор $\vec{a}$ через векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ (рис. 33). Как связаны между собой проекции этих векторов на оси Ox и Oy?

Решение

По правилу треугольника находим: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Отсюда $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$. Определив координаты x и y начальных и конечных точек векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, находим проекции этих векторов: $a_x = 2$, $a_y = 4$, $b_x = 4$, $b_y = -2$, $c_x = 6$, $c_y = 2$.

Вычислением убедимся, что проекции векторов связаны теми же равенствами, что и сами векторы: $a_x = c_x - b_x$, $a_y = c_y - b_y$.

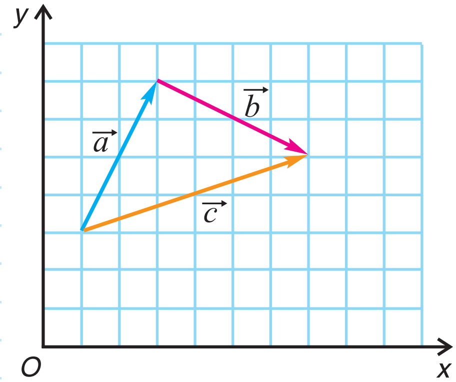


Рис. 33

Ответ: $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$, $a_x = c_x - b_x$, $a_y = c_y - b_y$.

Упражнение 2

1. Постройте векторы $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{b} - \vec{a}$ для каждой пары векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображенных на рисунке 34, *а*, *б*, *в*.

2. Модуль вектора $\vec{a}$ равен 4. Постройте векторы: $2\vec{a}$; $0{,}2\vec{a}$; $-3\vec{a}$; $-\frac{\vec{a}}{4}$.

3. Найдите проекции векторов (рис. 35) на координатные оси Ox и Oy.

4. При каком значении угла между вектором и осью его проекция будет: а) максимальна; б) равна половине модуля вектора?

5. Вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{b}$. Модули $a = b = 4$. Постройте сумму векторов $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ и разность $\alpha\vec{a} - \beta\vec{b}$, если: 1) $\alpha = 2$, $\beta = 4$; 2) $\alpha = -2$, $\beta = 0{,}5$.

6. Сила $\vec{F}$, приложенная к телу, направлена под углом $\alpha = 30°$ к горизонтальной поверхности (рис. 36). Модуль этой силы $F = 60$ Н. Найдите проекции силы $\vec{F}$ на оси Ox и Oy.

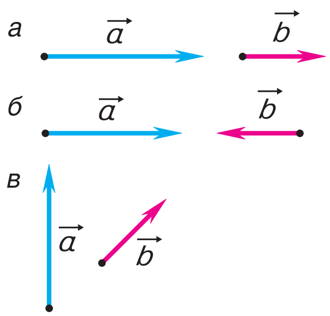


Рис. 34

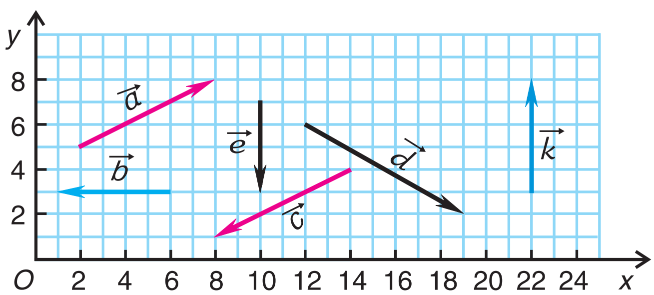


Рис. 35

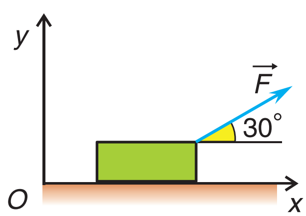


Рис. 36

§ 5. Путь и перемещение

Автобус отправился из Минска в 9 часов утра. Можно ли определить, где находился автобус в 11 часов, если известно, что он проделал путь $s = 100$ км?

Конечно, нет. Ясно лишь, что в 11 часов он находился в месте, удаленном от Минска не более чем на 100 км (т. е. внутри окружности, изображенной на рисунке 37). Не исключено, что к 11 часам автобус вернулся в Минск.

Значит, для определения конечного положения тела недостаточно знать его начальное положение и пройденный им путь.

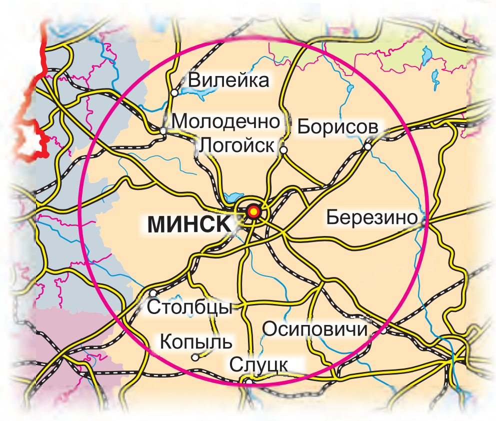


Рис. 37

Мы нашли бы местонахождение автобуса в 11 часов, если бы знали траекторию его движения (зеленая линия на рисунке 38). Отсчитав 100 км от начальной точки маршрута вдоль траектории, найдем, что в 11 часов автобус прибыл в Борисов.

А можно поступить иначе. Конечное положение автобуса можно определить, зная его начальное положение и всего одну векторную величину, называемую *перемещением*.

Перемещение — это вектор, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением (для данного промежутка времени).

Обозначим перемещение символом $\Delta\vec{r}$. На рисунке 38 вектор $\Delta\vec{r}_1$ — это перемещение автобуса из Минска в Логойск, вектор $\Delta\vec{r}_2$ — из Логойска в Борисов, а вектор $\Delta\vec{r}_3$ — из Минска в Борисов.

Теперь, даже не зная траектории, по начальной точке и перемещению мы можем найти конечную точку для каждого из участков движения автобуса и для всего маршрута в целом.

Рис. 38

Можно ли сравнивать путь s, пройденный телом, с его перемещением $\Delta\vec{r}$? Нельзя, поскольку путь s — скаляр, а перемещение $\Delta\vec{r}$ — вектор.

Сравнивать путь s можно с модулем перемещения Δr, который является скалярной величиной. Равен ли путь модулю перемещения?

В рассматриваемом примере путь, пройденный автобусом за два часа, $s_3 = 100$ км. Он равен *длине траектории* движения автобуса от Минска через Логойск до Борисова (см. рис. 38). А *модуль перемещения* автобуса за это время равен *расстоянию* от Минска до Борисова: $\Delta r_3 = 70$ км. Путь автобуса больше модуля его перемещения: $s_3 > \Delta r_3$.

Пройденный путь был бы равен модулю перемещения, если бы автобус все время двигался по прямой, не изменяя направления движения.

Следовательно, *путь всегда не меньше модуля перемещения*:

$$s \geqslant \Delta r.$$

Как складывают между собой пути и как — перемещения? Из рисунка 38 находим:

$$s_1 + s_2 = s_3, \quad \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_3.$$

Пройденные пути складывают арифметически, а перемещения — по правилам сложения векторов.

Равен ли при этом модуль Δr_3 сумме модулей $\Delta r_1 + \Delta r_2$? Ответьте самостоятельно.

В § 2 мы выяснили, что путь и траектория относительны. Покажите на примерах, что перемещение тоже относительно, т. е. зависит от выбора системы отсчета.

При решении задач важно уметь находить *проекции* перемещения. Обратимся к примеру 2 из § 2 (см. рис. 10, с. 10). Построим вектор перемещения куска мела по школьной доске из точки A в точку C (рис. 39). Из рисунка видно, что проекции вектора $\Delta\vec{r}$ на координатные оси Ox и Oy *равны разности координат конца и начала этого вектора*:

$$\Delta r_x = x_C - x_A = \Delta x; \quad \Delta r_y = y_C - y_A = \Delta y. \qquad (1)$$

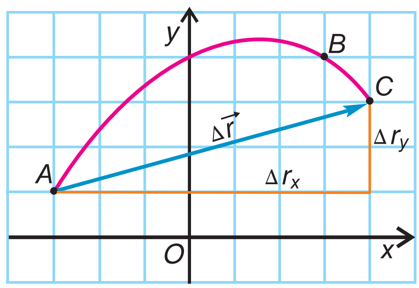


Рис. 39

Главные выводы

1. Путь — это длина участка траектории, пройденного телом за данный промежуток времени. Путь — положительная скалярная величина.
2. Перемещение тела — это вектор, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением (для данного промежутка времени).
3. Путь не меньше модуля перемещения тела за то же время.
4. Пройденные пути складываются арифметически, а перемещения — по правилам сложения векторов.

Контрольные вопросы

1. Что такое путь? Что такое перемещение? Чем они отличаются друг от друга?
2. Может ли перемещение равняться нулю, если путь не равен нулю? Приведите примеры.
3. Может ли путь равняться нулю, если перемещение не равно нулю?
4. Почему путь нельзя сравнивать с перемещением, а только с его модулем?
5. В каком случае путь равен модулю перемещения?
6. Зависит ли перемещение тела от выбора системы отсчета? Ответ подтвердите с помощью интерактивной модели.

Пример решения задачи

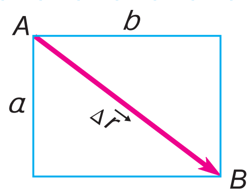


Рис. 40

Конькобежец пересек прямоугольную ледовую площадку по диагонали AB, а пешеход прошел из точки A в точку B по краю площадки (рис. 40). Размеры площадки 60×80 м. Определите модули перемещения конькобежца и пешехода и пути, пройденные ими.

Дано:

$a = 60$ м

$b = 80$ м

Δr_1 — ?

Δr_2 — ?

s_1 — ?

s_2 — ?

Решение

Из рисунка 40 видно, что перемещения пешехода и конькобежца одинаковы. Модуль перемещения:

$$\Delta r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3600\ \text{м}^2 + 6400\ \text{м}^2} = 100\ \text{м}.$$

Путь конькобежца: $s_1 = \Delta r = 100$ м.

Путь пешехода:

$$s_2 = a + b = 60\ \text{м} + 80\ \text{м} = 140\ \text{м}.$$

Ответ: $\Delta r_1 = \Delta r_2 = \Delta r = 100$ м; $s_1 = 100$ м, $s_2 = 140$ м.

Упражнение 3

1. Что показывает счетчик пробега автомобиля — значение пути или модуля перемещения? Почему?

2. Такси совершило рейс по маршруту Минск — Червень — Березино. Изобразите в тетради перемещения такси на участках Минск — Червень ($\Delta\vec{r}_{МЧ}$), Червень — Березино ($\Delta\vec{r}_{ЧБ}$) и Минск — Березино ($\Delta\vec{r}_{МБ}$). Убедитесь, что $\Delta\vec{r}_{МБ} = \Delta\vec{r}_{МЧ} + \Delta\vec{r}_{ЧБ}$. Используя рисунок 38 (с. 20) и числовые данные, приведенные в тексте параграфа, найдите модули этих перемещений. Сравните сумму модулей перемещений $\Delta r_{МЧ} + \Delta r_{ЧБ}$ с модулем $\Delta r_{МБ}$.

3. Спортсмен на тренировке пробежал $N = 6{,}5$ круга радиусом $R = 50$ м. Какой путь проделал спортсмен? Чему равен модуль его перемещения?

4. Утром со школьного двора ребята отправились в туристический поход. Вечером они сообщили, что прошли путь $s = 17$ км. Можно ли по этим данным определить конечную точку их маршрута? Какие еще данные необходимы для этого?

5. Строительный кран поднял груз на высоту $h = 12$ м. Одновременно кран передвинулся по горизонтали на расстояние $l = 5$ м. Изобразите вектор $\Delta\vec{r}$, определяющий перемещение груза. Представьте его в виде суммы перемещений груза по вертикали $\Delta\vec{r}_1$ и по горизонтали $\Delta\vec{r}_2$. Найдите проекции перемещения груза $\Delta\vec{r}$ на вертикальную и горизонтальную оси и модуль перемещения.

6. Определите путь и модуль перемещения конца часовой стрелки часов в вашей квартире (в вашем доме) за промежутки времени $\Delta t_1 = 3{,}0$ ч; $\Delta t_2 = 6{,}0$ ч; $\Delta t_3 = 12$ ч; $\Delta t_4 = 24$ ч. Решение подтвердите рисунком. Длину часовой стрелки измерьте сами.

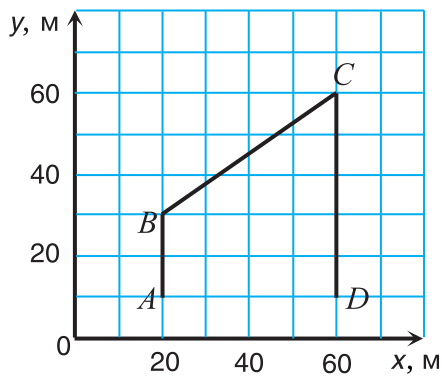


Рис. 41

7. На рисунке 41 показана траектория $ABCD$ движения футболиста по полю. Определите координаты футболиста в начале и в конце движения, пройденный им путь и модуль перемещения.

8. Из точек A и B (рис. 42) гоночной трассы одновременно выезжают два мотоциклиста (1, 2). В пункте C каждый из них разворачивается. Чему равен модуль перемещения второго мотоциклиста к моменту, когда первый окажется в пункте C, если $AB = BC$? Модули скорости мотоциклистов на участках движения считать постоянными и равными друг другу. Временем разворота пренебречь.

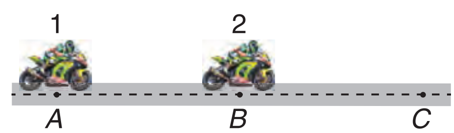


Рис. 42

Домашнее задание

Нарисуйте в тетради в определенном масштабе примерную траекторию своего движения от дома до школы. Разбейте траекторию на участки. Для каждого из них укажите пройденные пути и изобразите векторы перемещения. Найдите соотношения, связывающие: а) векторы перемещения на участках с вектором перемещения от дома до школы; б) модули этих перемещений; в) пути с соответствующими модулями перемещений; г) пути на участках с путем от дома до школы. Сделайте выводы.

§ 6. Равномерное прямолинейное движение. Скорость

В 7-м классе вы изучали равномерное прямолинейное движение, познакомились с понятием «скорость». Скалярной или векторной величиной является скорость? Каковы закономерности равномерного прямолинейного движения?

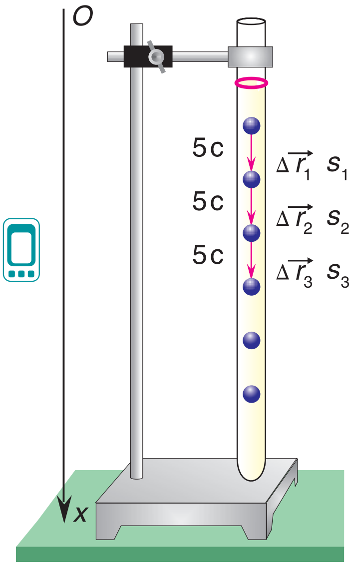


Рис. 43

Вы знаете, что движение, при котором за любые равные промежутки времени тело проходит одинаковые пути, называется **равномерным**. В каком случае одинаковыми будут не только пути, но и перемещения?

Проделаем опыт. Проследим за падением металлического шарика в вертикальной трубке, заполненной вязкой жидкостью (например, густым сахарным сиропом) (рис. 43). Будем отмечать положение шарика через равные промежутки времени. Опыт показывает, что за равные промежутки времени, например за $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \ldots = 5$ с, шарик проходит равные пути $s_1 = s_2 = s_3 = \ldots$ и совершает одинаковые перемещения $\Delta\vec{r}_1 = \Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_3 = \ldots$. Уменьшим промежутки времени. Во столько же раз уменьшатся перемещения шарика и пройденные пути, но по-прежнему за равные промежутки времени они будут равны.

Сделаем вывод. **При равномерном прямолинейном движении тело за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения и проходит одинаковые пути.**

В 7-м классе вы находили скорость равномерного движения тела как отношение пути к промежутку времени, за который путь пройден: $v = \frac{s}{\Delta t}$. Это отношение показывает, как быстро движется тело, но ничего не говорит о направлении движения. Чтобы скорость характеризовала и быстроту движения, и его направление, ее определяют через перемещение.

Скорость равномерного прямолинейного движения — это величина, равная отношению перемещения к промежутку времени, за который оно совершено:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}. \tag{1}$$

Из равенства (1) следует, что скорость $\vec{v}$ — ***векторная физическая величина***. Ее модуль численно равен модулю перемещения за единицу времени, а направление совпадает с направлением перемещения (т. к. $\Delta t > 0$).

Отношение $\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ для всех участков движения на рисунке 43 одинаково: $\dfrac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t_1} = \dfrac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t_2} = \dfrac{\Delta\vec{r}_3}{\Delta t_3} = \ldots$. Значит, **скорость** $\vec{v}$ **равномерного прямолинейного движения постоянна**: с течением времени не изменяется ни ее модуль, ни ее направление.

Из формулы (1) легко найти перемещение:

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t} \qquad (2)$$

и путь s (равный модулю перемещения Δr):

$$\boxed{s = v\Delta t}. \qquad (3)$$

А как определить положение равномерно и прямолинейно движущегося тела в любой момент времени t? Рассмотрим пример. Автомобиль движется с постоянной скоростью по прямолинейному участку шоссе (рис. 44).

Автомобиль рассматриваем как материальную точку. Из формулы (2) находим проекцию перемещения автомобиля на ось Ox:

$$\boxed{\Delta r_x = v_x\Delta t}. \qquad (4)$$

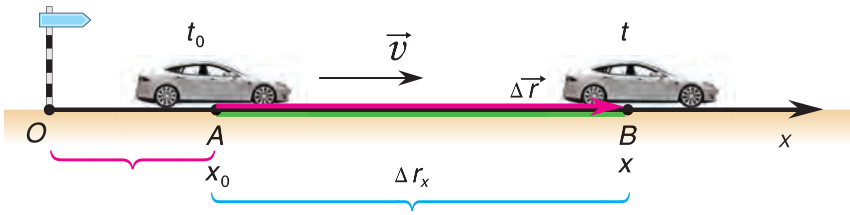


Рис. 44

Согласно рисунку 44 за время $\Delta t = t - t_0$ автомобиль совершил перемещение $\Delta r_x = x - x_0$. Подставляя Δr_x и Δt в равенство (4), получим: $x - x_0 = v_x(t - t_0)$.

Приняв $t_0 = 0$, запишем формулу для координаты автомобиля:

$$\boxed{x = x_0 + v_x t}. \qquad (5)$$

Координата равномерно и прямолинейно движущегося тела линейно зависит от времени.

Зависимость координаты движущегося тела от времени называется *кинематическим законом движения*. Формула (5) выражает кинематический закон *равномерного прямолинейного движения*.

Для измерения скорости используются специальные приборы. В автомобилях имеется спидометр (рис. 45), на самолетах — указатель скорости. Эхолокаторы измеряют

Рис. 45

скорость тел, движущихся под водой, а радиолокаторы (радары) — в воздухе и по земле. Сотрудники службы дорожного движения с помощью портативного радара с видеокамерой (рис. 46) регистрируют скорость транспортных средств.

Рис. 46

Для любознательных

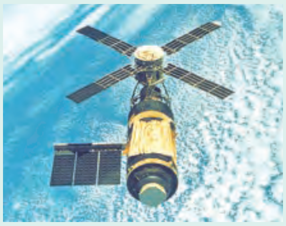


Рис. 47

Рис. 48

Скорости движения могут сильно отличаться. За одну секунду черепаха может преодолеть несколько сантиметров, человек — до 10 м, гепард — до 30 м, гоночный автомобиль — около 100 м. Около 8 км за секунду пролетает по орбите спутник Земли (рис. 47). Но даже скорости космических кораблей «черепашьи» по сравнению со скоростью микрочастиц в ускорителях. В современном ускорителе (рис. 48) электрон за одну секунду пролетает почти 300 000 км!

Главные выводы

1. При равномерном прямолинейном движении за любые равные промежутки времени тело совершает одинаковые перемещения.
2. Скорость равномерного прямолинейного движения постоянна: с течением времени не изменяется ни ее модуль, ни ее направление.
3. При равномерном прямолинейном движении тела модуль перемещения равен пути, пройденному за тот же промежуток времени.
4. Координата равномерно и прямолинейно движущегося тела линейно зависит от времени.

Контрольные вопросы

1. Что выражает скорость равномерного прямолинейного движения?
2. Как направлена скорость при равномерном прямолинейном движении?
3. В каком случае проекция скорости движения будет отрицательной?
4. Как зависит координата тела от времени при равномерном прямолинейном движении? Какой будет эта зависимость, если начальное положение тела совпадает с началом координат?
5. Какие из характеристик движения — путь, скорость, перемещение, координата — являются векторными?

Пример решения задачи

Кинематический закон прямолинейного движения лодки по озеру вдоль оси Ox задан уравнением $x = A + Bt$, где $A = 100$ м, $B = 7{,}2\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите: 1) проекцию скорости лодки v_x; 2) координату лодки x_1 в момент времени $t_1 = 1{,}5$ мин; 3) проекцию перемещения Δr_x лодки на ось Ox и путь, пройденный лодкой за время от момента t_1 до момента $t_2 = 3{,}5$ мин.

Дано:

$x = A + Bt$

$A = 100$ м

$B = 7{,}2\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_1 = 1{,}5$ мин $= 90$ с

$t_2 = 3{,}5$ мин $= 210$ с

v_x — ?

x_1 — ?

Δr_x — ?

s — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче.

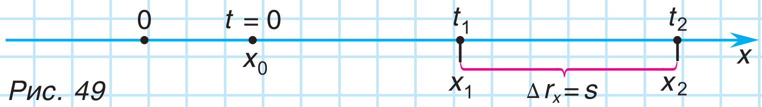


Рис. 49

По условию задачи координата лодки линейно зависит от времени. Значит, лодка движется равномерно. Сравнив $x = A + Bt$ и $x = x_0 + v_x t$, получим $x_0 = A = 100$ м, $v_x = B = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Найдем $x_1 = x_0 + v_x t_1 = 100\ \text{м} + 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 90\ \text{с} = 280$ м.

Из рисунка 49: проекция перемещения $\Delta r_x = x_2 - x_1 = v_x(t_2 - t_1) = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot (210\ \text{с} - 90\ \text{с}) = 240$ м; путь $s = \Delta r_x = 240$ м.

Ответ: $v_x = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $x_1 = 280$ м; $\Delta r_x = s = 240$ м.

Упражнение 4

1. Равномерно движущийся электропоезд за время $t = 5{,}0$ мин прошел путь $s = 6{,}0$ км. Найдите скорость движения электропоезда.

2. По прямолинейному участку дороги навстречу друг другу двигались легковой автомобиль со скоростью $\vec{v}_1$ и мотоцикл со скоростью $\vec{v}_2$. На переезде они встретились и продолжили равномерное движение. На каком расстоянии от переезда и друг от друга находились автомобиль и мотоцикл через время $t = 0{,}50$ ч после встречи, если $v_1 = 90\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

3. В течение одного часа самолет летел прямолинейно. Кинематический закон его движения имеет вид: $x = A + Bt$, где $A = 5{,}0$ км, $B = 720\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите скорость самолета, его начальную и конечную координаты. Найдите путь и перемещение самолета за время $t = 20{,}0$ мин полета. Решение подтвердите рисунком.

§ 7. Графическое представление равномерного прямолинейного движения

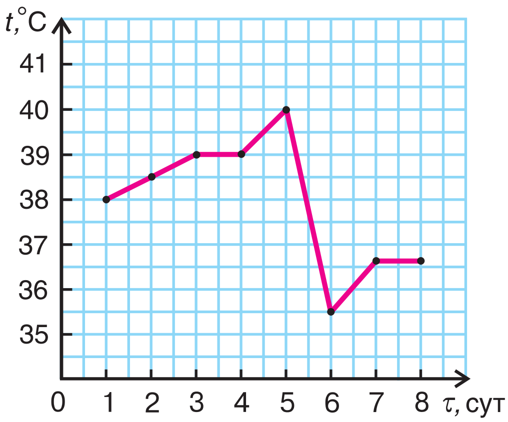


Рис. 50

Зависимости между различными величинами можно наглядно изобразить с помощью графиков. Использование графиков облегчает решение научных, практических задач и даже бытовых проблем.

Например, по графику зависимости температуры пациента от времени (рис. 50) видно, что на 5-е сутки температура достигла своего максимума, затем резко упала, а еще через сутки стала приближаться к норме. График дал наглядное представление о течении болезни.

В физике роль графиков чрезвычайно велика. Умение строить и читать графики помогает быстрее и глубже понять физические явления.

Рассмотрим простой пример из кинематики. Леша и Таня идут навстречу друг другу (рис. 51). Они движутся равномерно и прямолинейно. Модуль скорости Леши $v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, Тани $v_2 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Как представить графически характеристики их движения?

Рис. 51

Выберем координатную ось Ox и зададим начальные положения участников движения (см. рис. 51). Пусть при $t_0 = 0$ координата Леши $x_{01} = 1{,}8$ м, Тани $x_{02} = 6{,}0$ м.

Построим графики зависимости проекции скорости v_x, проекции перемещения Δr_x, пути s и координаты x от времени t.

1. График проекции скорости. Согласно условию и рисунку 52 для проекций скорости движения Тани и Леши на ось Ox получим: $v_{1x} = v_1 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_{2x} = -v_2 = -1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Так как проекции v_{1x} и v_{2x} постоянны, то графики их зависимости от времени t — прямые, параллельные оси времени (прямые I и II на рисунке 52).

Графики показывают: **проекция скорости при равномерном прямолинейном движении с течением времени не изменяется.**

2. График проекции перемещения. Проекция перемещения Δr_x, совершенного за время t, определяется формулой $\Delta r_x = v_x t$ (см. § 6, с. 25).

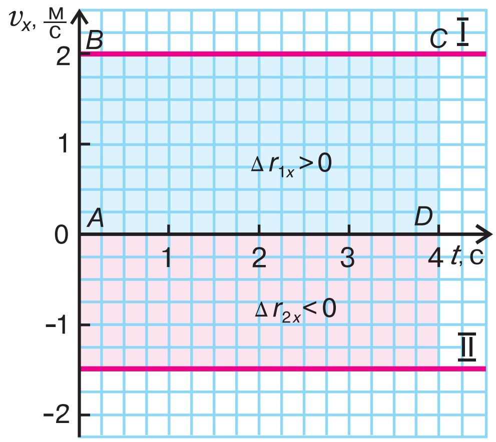


Рис. 52

Зависимость проекции перемещения от времени для Леши $\Delta r_{1x} = v_{1x}t$, или $\Delta r_{1x} = 2t$. График Δr_{1x} — наклонная прямая I (рис. 53).

Для Тани $\Delta r_{2x} = v_{2x}t$, или $\Delta r_{2x} = -1{,}5t$. График Δr_{2x} — наклонная прямая II, изображенная на рисунке 53.

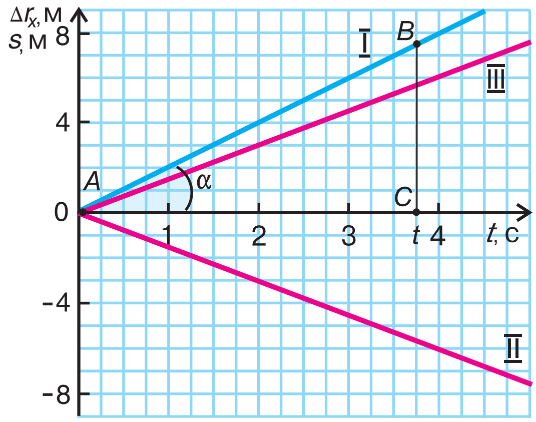


Рис. 53

Из графиков и формул следует, что при равномерном прямолинейном движении проекция перемещения прямо пропорциональна времени.

3. График пути. Путь — величина положительная при любом движении тела. При равномерном прямолинейном движении путь равен модулю перемещения: $s = \Delta r = vt$. Поэтому при $v_x > 0$ график пути совпадает с графиком проекции перемещения (прямая I), а при $v_x < 0$ график пути (прямая III) является «зеркальным отражением» графика II (проекции перемещения) от оси времени.

Графики пути показывают: **при равномерном прямолинейном движении пройденный путь прямо пропорционален времени.**

4. График координаты. Его называют также *графиком движения*.

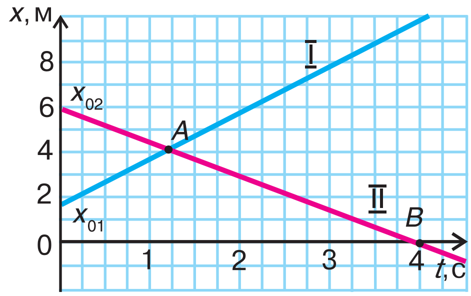


Рис. 54

По формуле $x = x_0 + v_x t$ (§ 6, с. 25), используя данные из условия задачи и рисунок 51, находим зависимости координаты x_1 Леши и x_2 Тани от времени t: $x_1 = 1{,}8 + 2t$; $x_2 = 6{,}0 - 1{,}5t$. Графики этих зависимостей — прямые I и II на рисунке 54. Они параллельны соответствующим графикам проекций перемещения на рисунке 53.

Графики движения показывают: **при равномерном прямолинейном движении координата тела линейно зависит от времени.**

По точке пересечения графиков I и II (точке A) (рис. 54) легко найти момент и координату места встречи Леши и Тани. Определите их самостоятельно.

Что еще можно определить по графикам?

1. По графику проекции скорости можно найти проекцию перемещения и пройденный путь.

Рассмотрим прямоугольник $ABCD$ на рисунке 52 (с. 29). Его высота численно равна v_x, а основание — времени t. Значит, площадь прямоугольника равна $v_x t = \Delta r_x$. Таким образом, *проекция перемещения численно равна площади прямоугольника между графиком проекции скорости и осью времени*. При $v_x < 0$ проекция перемещения отрицательна, и площадь надо брать со знаком «минус».

Докажите самостоятельно, что *площадь между графиком проекции скорости и осью времени численно равна пройденному пути*.

2. По углу наклона графика проекции перемещения можно оценить скорость движения.

Рассмотрим треугольник ABC на рисунке 53 (с. 29). Чем больше угол наклона α графика проекции перемещения, тем больше скорость тела. Объясните это самостоятельно.

Главные выводы

Для равномерного прямолинейного движения:
1. График проекции скорости — прямая, параллельная оси времени.
2. Графики проекции перемещения и координаты — прямые, наклон которых к оси времени определяется скоростью движения.
3. Площадь фигуры между графиком проекции скорости и осью времени определяет проекцию перемещения.

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой графики проекции скорости, проекции перемещения и пути для равномерного прямолинейного движения?
2. Какой график называется графиком движения? Чем он отличается от графика проекции перемещения?
3. Можно ли по графику проекции скорости найти проекцию перемещения? Координату?
4. Как по графику проекции перемещения найти проекцию скорости?

Пример решения задачи

Мотоциклист едет из города по прямолинейному участку шоссе с постоянной скоростью $\vec{v}_1$. Через время $t_1 = 20$ с после проезда перекрестка он встречает едущего в город велосипедиста, движущегося равномерно со скоростью $\vec{v}_2$. Определите расстояние между участниками движения через время $t_2 = 10$ с после их встречи, если $v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Запишите кинематические законы движения мотоциклиста и велосипедиста, постройте графики проекции и модуля скорости, проекции перемещения, координаты и пути для обоих участников движения.

Дано:

$v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$t_1 = 20$ с

$t_2 = 10$ с

l — ?

Решение

Изобразим координатную ось Ox, вдоль которой идет движение (рис. 55). Начало системы координат O свяжем с перекрестком.

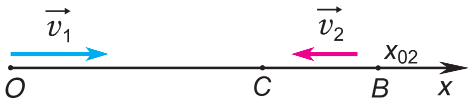


Рис. 55

В начальный момент времени мотоциклист находился на перекрестке, а велосипедист — в точке B. Значит, кинематический закон движения мотоциклиста имеет вид:

$$x_1 = v_1 t = 15t.$$

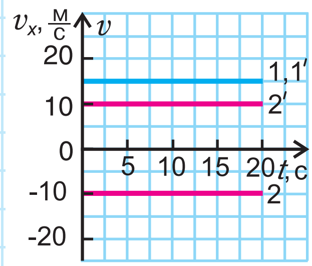


Рис. 56

Найдем координату x_{02} велосипедиста в начальный момент времени. Пусть точка C на оси Ox — место встречи участников движения (рис. 56). Тогда

$$x_{02} = OC + CB = v_1 t_1 + v_2 t_1 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20\ \text{с} + 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20\ \text{с} = 500\ \text{м}.$$

Кинематический закон движения велосипедиста имеет вид:

$$x_2 = x_{02} - v_2 t = 500 - 10t.$$

Расстояние между мотоциклистом и велосипедистом через время $t_2 = 10$ с после их встречи равно сумме путей, которые они проделают за это время. Значит,

$$l = v_1 t_2 + v_2 t_2 = \left(15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} + 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \cdot 10\ \text{с} = 250\ \text{м}.$$

Пример решения задачи

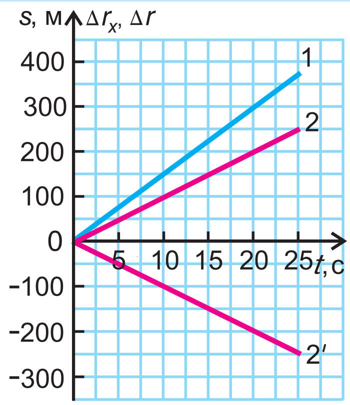


Рис. 57

Построим графики проекций и модулей скорости. Для мотоциклиста графики проекции скорости 1 и модуля скорости 1′ совпадают (рис. 56). Для велосипедиста график проекции скорости — прямая 2, а модуля скорости — прямая 2′. Объясните причину несовпадения.

Графиками пути s, проекции Δr_x и модуля перемещения Δr (рис. 57) будут прямые, выражающие прямую пропорциональную зависимость от времени t.

Для мотоциклиста:

$$s_1 = \Delta r_{1x} = \Delta r_1 = 15t.$$

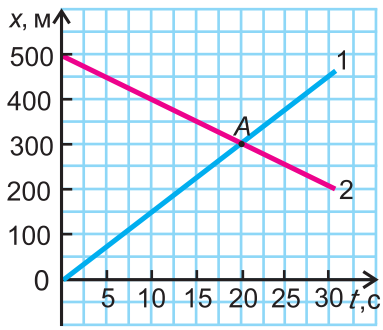


Рис. 58

Графики пути, модуля и проекции перемещения мотоциклиста совпадают (прямая 1).

Для велосипедиста:

$$\Delta r_{2x} = v_{2x}\, t = -10t;\ s_2 = \Delta r_2 = 10\, t.$$

Прямая 2 является графиком пути и модуля перемещения велосипедиста. Прямая 2′ — графиком проекции его перемещения.

Графики координат представлены на рисунке 58. Они выражают зависимости $x_1 = v_{1x}t$ (прямая 1) и $x_2 = x_{02} + v_{2x}t$ (прямая 2). Точка A определяет время встречи и координату места встречи.

Ответ: $l = 250$ м; $x_1 = 15t$; $x_2 = 500 - 10t$.

§ 8. Неравномерное движение. Средняя и мгновенная скорость

Мы изучили равномерное прямолинейное движение. Однако реальные тела — люди, автомобили, корабли, самолеты и др. — чаще всего движутся и не прямолинейно, и не равномерно. Каковы закономерности таких движений?

Рассмотрим пример. По дорожке стадиона бежит легкоатлет, то увеличивая, то уменьшая скорость бега (рис. 59). Движение легкоатлета и не прямолинейное, и не равномерное. Как описать такое движение? Из 7-го класса вам известно, что неравномерное движение характеризуют *средней скоростью*. Ее определяют как отношение пути к промежутку времени, за который этот путь пройден:

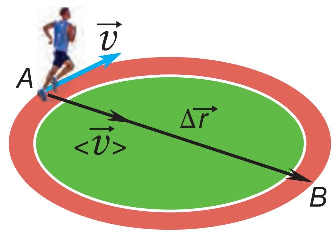


Рис. 59

$$\boxed{\langle v \rangle = \frac{s}{\Delta t}}. \qquad (1)$$

В нашем примере путь s — это длина дуги AB, а Δt — промежуток времени, затраченный легкоатлетом на этот путь.

Более точно называть $\langle v \rangle$ *средней скоростью пути*. Она показывает, какой путь в среднем проходило тело за единицу времени.

Средняя скорость пути ничего не говорит о направлении движения. Поэтому, кроме нее, вводят *среднюю скорость перемещения*, равную отношению перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt, за которое перемещение произошло:

$$\boxed{\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}. \qquad (2)$$

Из векторного равенства (2) следует, что средняя скорость перемещения $\langle \vec{v} \rangle$ направлена так же, как перемещение $\Delta\vec{r}$. В нашем примере (см. рис. 59) вектор $\langle \vec{v} \rangle$ направлен по прямой AB.

Каков смысл средней скорости перемещения $\langle \vec{v} \rangle$? Она показывает, какое перемещение совершало тело в среднем за единицу времени.

Сравнив формулу (2) с формулой $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ (§ 6), можно сказать, что средняя скорость перемещения $\langle \vec{v} \rangle$ равна скорости такого равномерного прямолинейного движения, при котором за промежуток времени Δt тело совершило бы перемещение $\Delta\vec{r}$.

Средняя скорость пути $\langle v \rangle$ — величина скалярная, а средняя скорость перемещения $\langle \vec{v} \rangle$ — векторная. Поэтому сравнивать среднюю скорость пути $\langle v \rangle$ можно только с *модулем* средней скорости перемещения $|\langle \vec{v} \rangle|$. Мы знаем, что для одного и того же промежутка времени Δt модуль перемещения $\Delta r \leqslant s$. Значит, модуль средней скорости перемещения не больше средней скорости пути: $|\langle \vec{v} \rangle| \leqslant \langle v \rangle$.

Средняя скорость характеризует движение за весь промежуток времени в целом. Она не дает информации о скорости движения в каждой точке траектории (в каждый момент времени). С этой целью вводится ***мгновенная скорость*** $\vec{v}$ — **скорость движения в данный момент времени (в данной точке траектории).**

Как найти мгновенную скорость? Ее можно найти по формуле $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ при условии, что промежуток времени Δt очень мал:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} (\Delta t \to 0)}. \quad (3)$$

Рис. 60

Обозначение $\Delta t \to 0$ говорит о том, что скорость, найденная по формуле $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, тем ближе к мгновенной скорости, чем меньше Δt.

Как направлена мгновенная скорость $\vec{v}$?

Она направлена по касательной к траектории в той точке, где в этот момент находится движущееся тело.

Понаблюдайте за раскаленными частицами, отрывающимися от точильного камня (рис. 60). Мгновенная скорость этих частиц в момент отрыва направлена по касательной к окружности, по которой они двигались до отрыва. Аналогично спортивный молот (рис. 61) начинает свой полет по касательной к той траектории, по которой он двигался при раскручивании метателем. Мгновенная скорость $\vec{v}$ постоянна только при равномерном прямолинейном движении. Поясните почему.

Рис. 61

В дальнейшем мгновенную скорость будем называть просто скоростью.

Главные выводы

1. Быстрота неравномерного движения на участке траектории характеризуется средней скоростью, а в данной точке траектории — мгновенной скоростью.
2. Мгновенная скорость приближенно равна средней скорости, определенной за малый промежуток времени. Чем меньше этот промежуток времени, тем ближе значение средней скорости к мгновенной.
3. Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории движения.
4. При равномерном прямолинейном движении мгновенная скорость одинакова в любой точке траектории.

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется неравномерным? Можно ли утверждать, что тело движется равномерно, если пути, проходимые телом за каждый час, одинаковы?
2. Что показывает средняя скорость пути? Средняя скорость перемещения? Как их вычисляют?
3. Что такое мгновенная скорость? Как найти ее приближенное значение?
4. Как направлена мгновенная скорость?
5. Как ведет себя модуль мгновенной скорости при равномерном движении? При неравномерном?

Пример решения задачи

Первую половину прямолинейной дистанции лыжник двигался с постоянной скоростью $\vec{v}_1$, а вторую половину — с постоянной скоростью $\vec{v}_2$. Определите среднюю скорость движения лыжника на всей дистанции, если $v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Д а н о:

$v_1 = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$AO = OB$

$\langle v \rangle$ — ?

Р е ш е н и е

Сделаем рисунок к задаче (рис. 62).

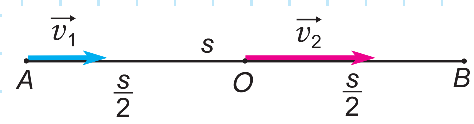


Рис. 62

Поскольку лыжник двигался без изменения направления, его средняя скорость направлена так же, как скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Модуль средней скорости $\langle v \rangle = \frac{s}{t}$, где s — длина дистанции, $t = t_1 + t_2$, $t_1 = \frac{s}{2v_1}$ — время прохождения первой, а $t_2 = \frac{s}{2v_2}$ — второй половины дистанции.

Найдем $\langle v \rangle$:

$$\langle v \rangle = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_2 + v_1};$$

$$\langle v \rangle = \frac{2 \cdot 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{9{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

О т в е т: $\langle v \rangle = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Упражнение 5

1. На рисунке 63 представлены графики проекции на ось Ox скорости движения катера, байдарки и резиновой лодки по озеру. Охарактеризуйте эти движения. Какому из транспортных средств принадлежит график I? График II? График III? Чему равны пути, пройденные катером, байдаркой и резиновой лодкой за время $t = 50{,}0$ с движения? Чему равны модули и проекции их перемещений за это время?

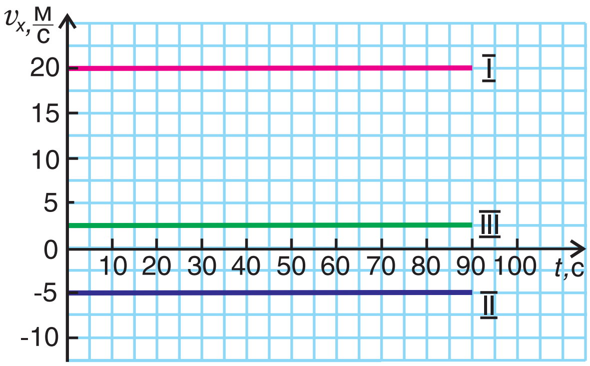


Рис. 63

2. По реке Неман плывут две моторные лодки. Их координаты изменяются по закону: $x_1 = A_1 + B_1t$, $x_2 = A_2 + B_2t$, где $A_1 = 6{,}0$ км, $B_1 = 9{,}0\ \frac{км}{ч}$, $A_2 = -6{,}0$ км, $B_2 = 18{,}0\ \frac{км}{ч}$. Для каждой лодки найдите начальные координаты и проекции скоростей на ось Ox. Изобразите графики движения. Через какое время вторая лодка догонит первую?

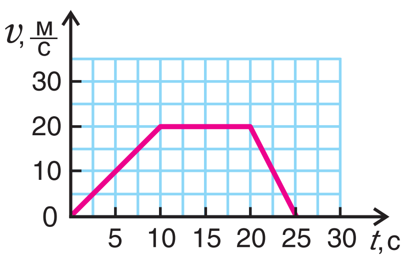


Рис. 64

3. Туристы прошли путь $s_1 = 10{,}0$ км за время $t_1 = 2{,}0$ ч, затем сделали привал длительностью $t_2 = 0{,}50$ ч, после чего прошли оставшийся путь $s_2 = 6{,}0$ км за время $t_3 = 1{,}5$ ч. Чему равна средняя скорость движения туристов на всем маршруте? На каждом из его участков?

4. Автобус двигался прямолинейно. График зависимости модуля скорости его движения от времени показан на рисунке 64. Определите модуль мгновенной скорости движения автобуса в моменты времени: $t_1 = 5$ с, $t_2 = 15$ с, $t_3 = 22{,}5$ с.

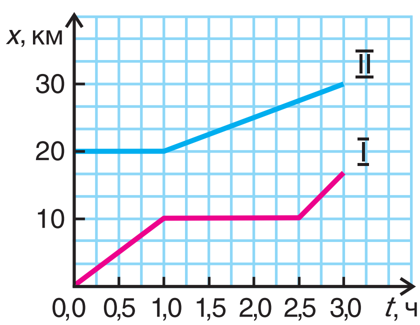


Рис. 65

5. На рисунке 65 даны графики зависимости координаты от времени для прямолинейного движения велосипедиста и пешехода. Во сколько раз отличаются проекции на ось Ox средней скорости их перемещения за время $t = 3{,}0$ ч движения?

6. Управляемая игрушка прошла участок пути $s_1 = 3{,}0$ м за время $t_1 = 20$ с, а затем, двигаясь перпендикулярно этому участку, еще один участок пути $s_2 = 4{,}0$ м за время $t_2 = 30$ с. Участки пути прямолинейны. Сделайте чертеж и найдите среднюю скорость пути и среднюю скорость перемещения игрушки.

7. Учащийся на уроке физкультуры пробежал $N = 2{,}5$ круга радиусом $R = 60$ м за время $t = 10$ мин. Найдите путь и перемещение учащегося. Чему равен модуль средней скорости перемещения учащегося? Чему равна средняя скорость пути?

8. Пассажирский катер половину времени двигался с постоянной скоростью, модуль которой $v_1 = 30\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. С какой постоянной скоростью он должен двигаться в том же направлении в течение оставшегося времени, чтобы модуль его средней скорости равнялся $\langle v \rangle = 40\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

9. Первую половину пути автомобиль двигался равномерно со скоростью, модуль которой $v_1 = 60\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а вторую — в том же направлении со скоростью в $k = 1{,}5$ раза меньше. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.

10. Числовое значение какой физической величины показывает спидометр автомобиля? По показаниям каких приборов можно определить его среднюю скорость пути?

11. Одну треть пути турист ехал на велосипеде со скоростью $v_1 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а остальные две трети прошел пешком. Средняя скорость за все время его движения $\langle v \rangle = 2{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите среднюю скорость движения туриста пешком.

§ 9. Сложение скоростей

Рис. 66

В повседневной жизни мы часто видим, как одни тела движутся относительно других движущихся тел. Например, стюардесса перемещается по салону летящего самолета, человек идет по движущемуся эскалатору (рис. 66), катер пересекает реку с быстрым течением и т. д.

Каковы закономерности таких движений?

Проведем опыт. В вертикальную стеклянную трубку, заполненную вязкой жидкостью (например, сахарным сиропом), опустим металлический шарик (рис. 67). Трубку будем равномерно перемещать относительно школьной доски в горизонтальном направлении.

Систему отсчета с осями координат O_1x_1 и O_1y_1, связанную с трубкой, назовем *движущейся*, а систему отсчета с осями O_2x_2 и O_2y_2, связанную с доской, — *неподвижной*.

Наблюдая за движением шарика, будем отмечать на доске его положения через каждые 10 с (точки A, B, C, D).

Из рисунка 67 видно, что относительно трубки шарик за 30 с совершил перемещение $\Delta\vec{r}_1$. За это время трубка совершила перемещение $\Delta\vec{r}_{12}$ относительно школьной доски. Видно также, что перемещение $\Delta\vec{r}_2$ шарика относительно доски равно векторной сумме перемещений $\Delta\vec{r}_1$ и $\Delta\vec{r}_{12}$:

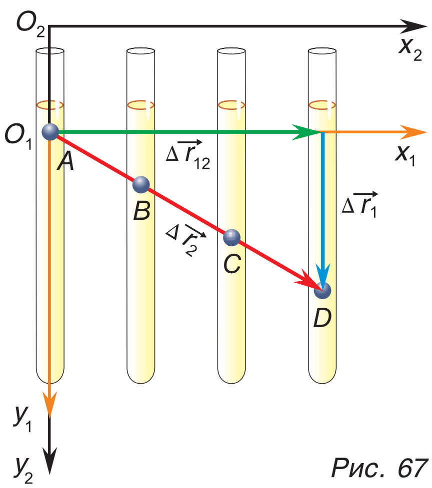


Рис. 67

$$\boxed{\Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_{12}}. \quad (1)$$

Перемещение тела относительно неподвижной системы отсчета равно векторной сумме его перемещения относительно движущейся системы и перемещения движущейся системы относительно неподвижной.

Все эти перемещения произошли за один и тот же промежуток времени Δt. Разделив в формуле (1) каждое из перемещений на Δt, получим:

$$\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}_{12}}{\Delta t}. \quad (2)$$

Вектор $\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = \vec{v}_2$ — скорость движения шарика относительно доски (неподвижной системы отсчета), вектор $\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} = \vec{v}_1$ — скорость движения шарика относительно трубки (движущейся системы отсчета), а вектор $\frac{\Delta\vec{r}_{12}}{\Delta t} = \vec{v}_{12}$ — скорость, с которой трубка (движущаяся система отсчета) перемещается относительно доски (неподвижной системы отсчета).

Таким образом, из (2) следует:

$$\boxed{\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_{12}}. \quad (3)$$

Скорость тела в неподвижной системе отсчета равна векторной сумме его скорости относительно движущейся системы и скорости движущейся системы относительно неподвижной.

Это утверждение называют ***законом сложения скоростей Галилея***.

Закон сложения скоростей (3) используется при решении многих практических задач. Он позволяет рассчитать скорость самолета, заходящего на посадку при сильном ветре (рис. 68), скорость движения теплохода по реке (рис. 69) и т. д.

Рис. 68

Рис. 69

Главные выводы

1. Перемещение тела относительно неподвижной системы отсчета равно векторной сумме его перемещения относительно движущейся системы и перемещения движущейся системы относительно неподвижной.
2. Скорость тела в неподвижной системе отсчета равна векторной сумме его скорости относительно движущейся системы и скорости движущейся системы относительно неподвижной.

Контрольные вопросы

1. Почему не имеет смысла говорить о скорости тела, не указав систему отсчета?
2. Как определить скорость тела относительно неподвижной системы отсчета, зная его скорость относительно движущейся системы?
3. Можно ли поставить опыт с шариком в трубке так, чтобы скорость шарика относительно школьной доски равнялась нулю? Если можно, то как это сделать?

Пример решения задачи

Путь от одной пристани до другой моторная лодка прошла по течению реки за время $t_1 = 0{,}30$ ч, а обратный путь — за время $t_2 = 0{,}70$ ч. Модуль скорости течения воды $v_т = 7{,}2\ \frac{км}{ч}$. Определите модуль скорости движения лодки относительно воды, считая его постоянным.

Дано:

$v_т = 7{,}2\ \frac{км}{ч}$

$t_1 = 0{,}30$ ч

$t_2 = 0{,}70$ ч

$v_л$ — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 70).

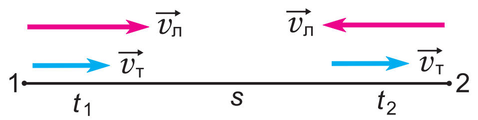


Рис. 70

Относительно берега лодка плыла по течению (от пристани 1 к пристани 2) со скоростью, модуль которой $v_{12} = v_л + v_т$, а обратно (от пристани 2 к пристани 1) — со скоростью, модуль которой $v_{21} = v_л - v_т$.

Значит, путь от пристани 1 до пристани 2: $s = (v_л + v_т)t_1$, а путь от пристани 2 до пристани 1: $s = (v_л - v_т)t_2$. Приравнивая пути, получим: $v_л t_1 + v_т t_1 = v_л t_2 - v_т t_2$.

Отсюда

$$v_л = \frac{v_т(t_1 + t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{7{,}2\ \frac{км}{ч} \cdot 1{,}0\ ч}{0{,}40\ ч} = 18\ \frac{км}{ч}.$$

Ответ: $v_л = 18\ \frac{км}{ч}$.

Упражнение 6

1. Как найти скорость пловца относительно берега реки, зная его скорость относительно воды и скорость течения воды в реке?

2. Для чего перед метанием копья спортсмен делает разбег?

3. Одинаковы ли дальности полета снарядов, выпущенных из неподвижного и из движущегося танков? Почему?

4. Модуль скорости движения катера относительно воды $v_1 = 4{,}0\ \frac{м}{с}$. Какие значения может принять модуль скорости движения катера относительно берега, если модуль скорости течения воды $v_2 = 1{,}5\ \frac{м}{с}$?

5. Вертолет летит из Минска, держа курс на юг. Модуль скорости движения вертолета относительно воздуха $v_1 = 54\ \frac{км}{ч}$. В направлении с севера на юг дует ветер, модуль скорости которого $v_2 = 10\ \frac{м}{с}$. Найдите скорость и перемещение вертолета относительно Земли. Время полета $t = 30$ мин.

6. Решите задачу 5 для случая, когда ветер дует с юга на север.

7. Во сколько раз отличаются промежутки времени, которые затратит лодочник, чтобы проделать один и тот же путь туда и обратно по озеру и по реке, если модуль скорости лодки относительно воды в обоих случаях $v_л = 2{,}0\ \frac{м}{с}$, а модуль скорости течения воды в реке $v_т = 1{,}0\ \frac{м}{с}$?

8. Плот шириной $l = 10$ м плывет по реке со скоростью, модуль которой $v_1 = 3{,}0\ \frac{м}{с}$. Находящийся на плоту сплавщик перешел с одного края плота на другой и вернулся обратно. Чему равны модули перемещения сплавщика за это время относительно плота и относительно берега, если скорость движения сплавщика относительно плота $\vec{v}_2$ направлена перпендикулярно скорости течения воды, а ее модуль $v_2 = 1{,}0\ \frac{м}{с}$? Найдите также модуль скорости движения сплавщика относительно берега.

9. Поперек реки натянут трос. Пловец должен переправиться через реку, плывя параллельно тросу. Модуль скорости течения воды $v_1 = 0{,}50\ \frac{м}{с}$. Под каким углом к тросу должна быть направлена скорость движения пловца $\vec{v}_2$ относительно воды, если ее модуль $v_2 = 1{,}0\ \frac{м}{с}$? Чему равен модуль скорости движения пловца относительно берега? Сколько времени займет переправа при ширине реки $l = 98$ м?

10. Эскалатор метро поднимает стоящего на нем пассажира за время $t_1 = 0{,}5$ мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднялся бы за время $t_2 = 1{,}5$ мин. За какое время поднимется пассажир, идущий вверх по движущемуся эскалатору?

11. Используя интерактивную модель, продемонстрируйте справедливость закона сложения скоростей на примере пловца, переправляющегося на противоположный берег реки.

Домашнее задание

Поместите горошину в прозрачную пластиковую бутылку, заполненную водой. Горошина медленно тонет в воде. Перемещая бутылку, добейтесь, чтобы горошина оставалась некоторое время неподвижной относительно комнаты. Объясните результат, используя закон сложения скоростей.

§ 10. Ускорение

Всем известно, что плавное торможение автомобиля практически неощутимо, а резкое — очень опасно. Значит, существенно не только изменение скорости, но и то, *насколько быстро* она изменяется. Какая физическая величина характеризует *быстроту изменения скорости*?

Рассмотрим движение самолета при разбеге перед взлетом (рис. 71). Пусть на участке AB за промежуток времени Δt скорость самолета равномерно увеличилась от $\vec{v}_1$ до $\vec{v}_2$ (где $v_1 = 8\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$). Произошло изменение скорости на $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

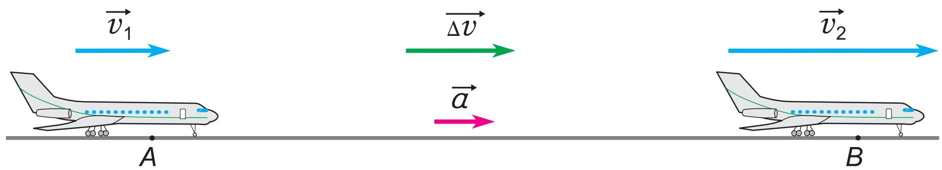


Рис. 71

А *как быстро изменялась* скорость самолета? Скорость изменялась тем быстрее, чем меньше был затраченный на разбег промежуток времени Δt. Поэтому быстроту изменения скорости определяют как отношение $\Delta\vec{v}$ к Δt:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}}.$$

Величину, равную отношению изменения скорости $\Delta\vec{v}$ к промежутку времени Δt, называют ускорением (и обозначают символом $\vec{a}$ — от латинского *acceleratio*).

Единица ускорения в СИ — $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. При ускорении $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ скорость прямолинейно движущегося тела изменяется на $1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ за каждую секунду.

Ускорение — векторная величина, имеющая модуль и направление.

Например, если при разбеге скорость самолета (рис. 71) увеличилась от $8\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$ за промежуток времени $\Delta t = 3\text{с}$, то модуль ускорения самолета $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20\,\frac{\text{м}}{\text{с}} - 8\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{3\ \text{с}} = 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

А как направлено ускорение? Из формулы $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ следует: *ускорение всегда направлено по вектору изменения скорости* $\Delta\vec{v}$.

А вот по отношению к скорости ускорение направлено по-разному. При разбеге самолета (рис. 71) его ускорение направлено по скорости его движения, а при торможении (рис. 72) — противоположно скорости. Убедитесь в этом, сравнив направления векторов $\vec{a}$ и $\vec{v}$ для обоих случаев.

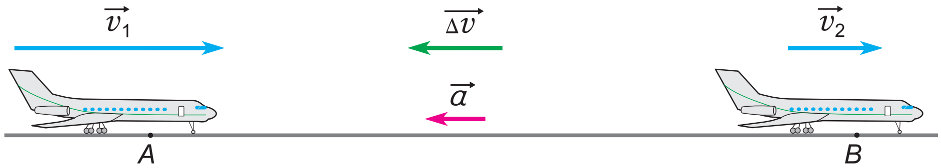


Рис. 72

Рис. 73

Таким образом, **при прямолинейном движении ускорение направлено по скорости, если скорость растет, и противоположно скорости, если скорость уменьшается.**

Только при равномерном прямолинейном движении ускорение в любой момент времени равно нулю. Вопрос об ускорении при *криволинейном движении* мы рассмотрим в § 14.

Ускорение — одна из самых практически важных величин в механике. Контролировать ускорение необходимо при управлении автомобилем, самолетом, космическим кораблем и т. д. Для измерения ускорения используются акселерометры (рис. 73) (лат. *accelero* — ускоряю и греч. *metreo* — измеряю).

Для любознательных

Формула $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ определяет *среднее* ускорение за промежуток времени Δt. Но ее можно использовать и для определения *мгновенного* ускорения $\vec{a}$. Следует лишь (как и при переходе от средней скорости к мгновенной, см. § 8, с. 34) вычислять ускорение за как можно меньший промежуток времени: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ $(\Delta t \to 0)$.

Главные выводы

1. Ускорение характеризует быстроту изменения скорости.
2. Ускорение направлено по вектору изменения скорости.
3. Если ускорение направлено по скорости, то скорость движения растет, если противоположно скорости — то она уменьшается.

Контрольные вопросы

1. Что такое ускорение? В каких единицах оно измеряется?
2. Как направлено ускорение $\vec{a}$ по отношению к скорости $\vec{v}$ при прямолинейном движении? К ее изменению $\Delta\vec{v}$?
3. Может ли ускорение быть не равным нулю в тот момент, когда равна нулю скорость? Ответ обоснуйте.

§ 11. Скорость при равнопеременном движении

Самое простое из всех неравномерных движений — прямолинейное движение с постоянным ускорением, называемое **равнопеременным**. Как изменяется скорость тела при равнопеременном движении?

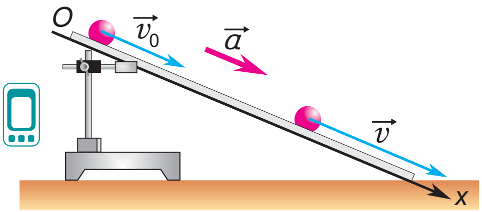


Рис. 74

Рассмотрим движение стального шарика по наклонному желобу (рис. 74, 75). Опыт показывает, что ускорение шарика практически постоянно:

$$\vec{a} = \overrightarrow{\text{const}}, \qquad (1)$$

а, значит, движение шарика можно считать равнопеременным.

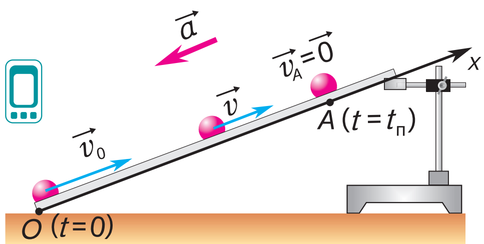


Рис. 75

1. Пусть в начальный момент t_0 шарик находится в точке O и имеет начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную вдоль желоба вниз (рис. 74).

Найдем зависимость скорости движения шарика $\vec{v}$ от времени t. Из определения ускорения $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ следует: $\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t$, или $\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}(t - t_0)$.

Отсюда, приняв $t_0 = 0$, получим:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t}. \qquad (2)$$

Такая зависимость в математике называется *линейной*. Значит, **при движении с постоянным ускорением скорость тела линейно зависит от времени**. Из равенств (1) и (2) следуют формулы для проекций:

$$a_x = \text{const}. \qquad (3)$$

$$\boxed{v_x = v_{0x} + a_x t}. \qquad (4)$$

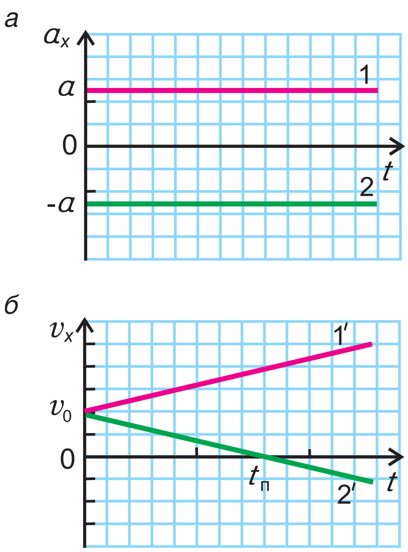


Рис. 76

Учтем, что ось Ox направлена вдоль желоба вниз. Тогда $a_x = a > 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$. По формулам (3) и (4) построим графики проекций ускорения a_x и скорости v_x (рис. 76, *а*, *б*, графики 1 и 1′). Движение шарика — *равноускоренное*.

2. Придадим теперь начальную скорость $\vec{v}_0$ шарику, находящемуся в нижней точке желоба (рис. 75).

Двигаясь вверх, шарик будет постепенно терять скорость. В точке A он на мгновение остановится и начнет скатываться вниз. Точку A называют точкой поворота. Согласно рисунку 75 $a_x = -a < 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$. Тогда формулы (3) и (4) примут вид: $a_x = -a$, $v_x = v_0 - at$. Им соответствуют графики 2 и 2′ (рис. 76, *а*, *б*).

График 2′ показывает: пока шарик двигался вверх, проекция скорости v_x была положительной. Она уменьшалась и в точке поворота A ($t = t_п$) стала равной нулю. Затем направление скорости шарика изменилось на противоположное и при $t > t_п$ проекция скорости v_x стала отрицательной.

Что еще можно определить по графику проекции скорости?

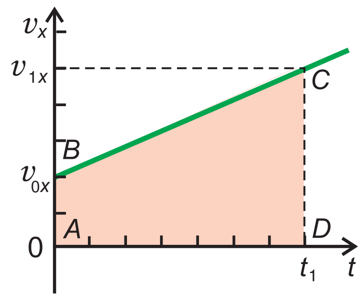


Рис. 77

В § 7 мы доказали, что при равномерном движении площадь фигуры под графиком v_x и осью времени (рис. 52, с. 29) численно равна проекции перемещения Δr_x. Это правило применимо и для равнопеременного движения. Тогда согласно рисунку 77 проекция перемещения Δr_x определяется площадью трапеции $ABCD$. Эта площадь равна полусумме оснований трапеции, умноженной на ее высоту t_1:

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2} t_1. \qquad (5)$$

Разделив Δr_x на t_1, получим проекцию средней скорости перемещения при равноускоренном движении:

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2}. \qquad (6)$$

При движении с постоянным ускорением соотношение (6) выполняется не только для проекции, но и для векторов скорости:

$$\boxed{\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}_1}{2}}. \qquad (7)$$

Средняя скорость движения с постоянным ускорением равна полусумме начальной и конечной скоростей.

Главные выводы

1. При движении с постоянным ускорением скорость линейно зависит от времени.
2. Средняя скорость равнопеременного движения равна полусумме начальной и конечной скоростей.
3. Площадь под графиком проекции скорости равнопеременного движения численно равна проекции перемещения.

Контрольные вопросы

1. Как зависит скорость от времени при движении с постоянным ускорением?
2. Что представляет собой график проекции скорости при равнопеременном движении?
3. Может ли при равнопеременном движении повториться значение модуля скорости тела? Приведите примеры.
4. Как, зная проекции v_x и a_x, определить, ускоренно или замедленно движется тело?
5. В каких случаях проекции векторов v_x, v_{0x} и a_x равны модулям векторов v, v_0 и a?
6. Что происходит со скоростью и с ускорением в точке поворота (рис. 76, *б*)?

Домашнее задание

Докажите, что площадь фигуры, ограниченной графиком проекции ускорения a_x и осью времени t (см. рис. 76, *а*), взятая со знаком «+» при $a_x > 0$ и со знаком «–» при $a_x < 0$, численно равна изменению проекции скорости Δv_x за время от 0 до t.

Пример решения задачи

На участке пути $s = 50$ м водитель равномерно снизил скорость движения автомобиля от $v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ до $v_2 = 18\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите характер движения автомобиля. Найдите направление и модуль ускорения его движения.

Дано:

$v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 18\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$s = 50$ м

a — ?

Решение

Автомобиль двигался равнозамедленно. Ускорение автомобиля было направлено противоположно его скорости. Модуль ускорения:

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t}.$$

При равнопеременном движении без изменения направления путь $s = \frac{v_1 + v_2}{2}t$. Время $t = \frac{2s}{v_1 + v_2}$, ускорение $a = \frac{v_1 - v_2}{t} =$

$$= \frac{(v_1 - v_2)(v_1 + v_2)}{2s} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2s} = \frac{400\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 25\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 50\ \text{м}} \approx 3{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: $a = 3{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Упражнение 7

1. На сколько увеличится скорость санок, на которых дети съезжают с горки, за время $t = 10$ с, если ускорение санок постоянно, а его модуль $a = 0{,}80\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$?

2. При приближении к станции скорость равнозамедленного движения локомотива изменилась от $v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ до нуля за время $t = 1{,}5$ мин. Определите ускорение локомотива. Куда оно направлено? Постройте графики проекций скорости и ускорения локомотива.

3. Моторная лодка двигалась с постоянным ускорением, проекция которого $a_x = -0{,}30\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Проекция скорости лодки изменилась от $v_{1x} = 4{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $v_{2x} = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. За какое время произошло это изменение?

4. Автомобиль, имевший начальную скорость $\vec{v}_0$, начал торможение. Постройте графики зависимости от времени проекции скорости $v_x(t)$ и проекции ускорения $a_x(t)$ автомобиля на ось Ox, направленную по начальной скорости $\vec{v}_0$. Известно, что $v_0 = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. Шарику сообщили начальную скорость, направленную вдоль наклонного желоба вверх (см. рис. 75, с. 44). Проекция v_x скорости шарика изменяется со временем по закону: $v_x = A - Bt$, где $A = 90\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 75\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Определите ускорение и начальную скорость движения шарика. Какой будет проекция скорости через время $t_1 = 0{,}6$ с от начала движения? Через какое время шарик достигнет наивысшей точки своего подъема? Постройте графики проекций скорости и ускорения движения шарика на ось Ox.

6. По графикам проекций скорости движения мотоциклиста I и бегуна II (рис. 78) определите: а) проекции их ускорения; б) проекции скорости в момент времени $t = 3{,}0$ мин; в) время движения мотоциклиста до остановки и модуль его перемещения за это время. Найдите зависимости проекций скорости v_x от времени для каждого из участников движения. Что означает точка A пересечения графиков I и II?

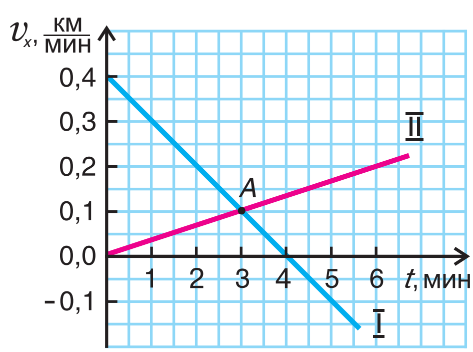


Рис. 78

§ 12. Перемещение, координата и путь при равнопеременном движении

Мы знаем, что при равнопеременном движении скорость тела линейно зависит от времени. А как зависит от времени перемещение? Координата? Пройденный путь?

В предыдущем параграфе для равнопеременного движения была найдена зависимость проекции скорости от времени:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \tag{1}$$

и получена формула для проекции перемещения:

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t. \tag{2}$$

Подставляя v_x из равенства (1) в (2), находим зависимость проекции перемещения от времени:

$$\boxed{\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}}. \tag{3}$$

Отметим, что при движении с постоянным ускорением соотношения (1) и (3) выполняются и для векторов скорости и перемещения:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t}, \tag{4}$$

$$\boxed{\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}}. \tag{5}$$

Учитывая, что проекция перемещения $\Delta r_x = x - x_0$, из формулы (3) находим координату:

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}}. \tag{6}$$

Формула (6) выражает *кинематический закон равнопеременного движения*. Функции (3) и (6) называются *квадратичными*. Следовательно, **при равнопеременном движении проекция перемещения тела и его координата квадратично зависят от времени.**

Сравним зависимости основных кинематических величин от времени для двух видов прямолинейного движения: равномерного и равнопеременного (табл. 1).

Таблица 1

Кинематические величины	Равномерное движение	Равнопеременное движение
Проекция ускорения	$a_x = 0$	$a_x = \text{const}$
Проекция скорости	$v_x = \text{const}$	$v_x = v_{0x} + a_x t$
Проекция перемещения	$\Delta r_x = v_x t$	$\Delta r_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$
Координата	$x = x_0 + v_x t$	$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$

Из таблицы видно, что при $a_x = 0$ формулы равнопеременного движения переходят в формулы равномерного.

Рассмотрим графики проекций v_x, Δr_x и координаты x на конкретном примере: три тела (0, 1 и 2) движутся вдоль оси Ox. Их начальные скорости одинаковы $\left(v_{0x} = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}\right)$, а проекции ускорения различны: $a_x = 0$; $a_x = 5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; $a_x = -5\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

По формуле (1) $v_x = v_{0x} + a_x t$ построим графики проекции скорости этих тел (графики 0, 1, 2 на рис. 79). Графики прямолинейны, а их наклон определяется значением проекции ускорения a_x. График 2 пересекает ось времени в момент поворота $t_п$.

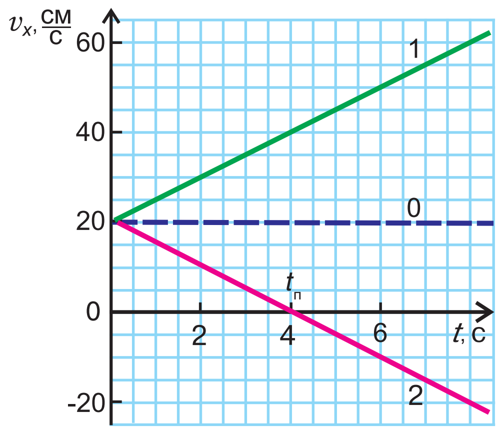


Рис. 79

Перейдем к графикам проекции перемещения Δr_x (рис. 80).

Как мы знаем, при $a_x = 0$ (т. е. для равномерного движения) $\Delta r_x = v_x t$ и график $\Delta r_x(t)$ — наклонная прямая линия (график 0* на рис. 80).

Из таблицы 1 видно, что формулы для проекции перемещения Δr_x при равномерном и равнопеременном движениях отличаются только на слагаемое $\frac{a_x t^2}{2}$. Поэтому при $a_x > 0$ точки графика 0* для каждого значения t следует поднять на $\frac{a_x t^2}{2}$ (график 1*), а при $a_x < 0$ (график 2*) — настолько же опустить (рис. 80).

Так как Δr_x квадратично зависит от времени (см. формулу (3)), **графики проекции перемещения при равнопеременном движении являются участками парабол** (рис. 80).

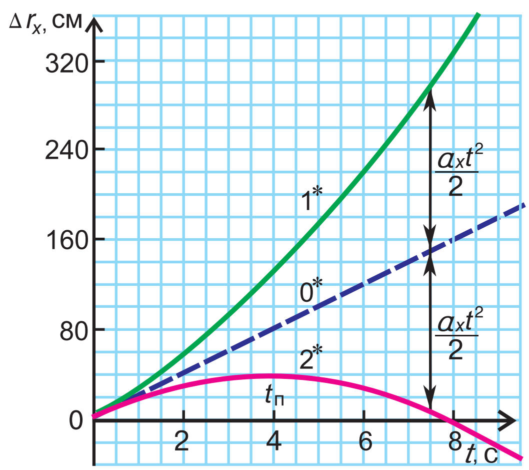


Рис. 80

Обратите внимание на поведение графиков 2 и 2* в момент поворота $t_п$. График 2 для v_x

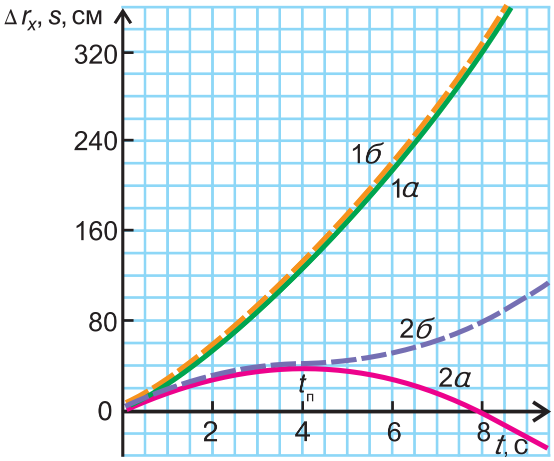


Рис. 81

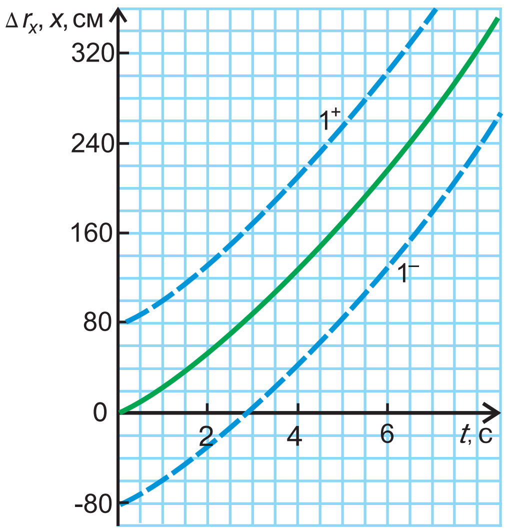


Рис. 82

(рис. 79) в этот момент проходит через нуль, а график 2* для Δr_x (рис. 80) при $t = t_п$ достигает максимума, а затем начинает опускаться. Графики подтверждают: в момент поворота направление движения тела изменяется на противоположное.

А каким будет график пути? Для движения, при котором направление скорости не изменяется, график пути 1*б* (рис. 81) совпадает с графиком проекции перемещения 1*а*. Если же скорость меняет свое направление, то график пути s (2*б*) и график проекции перемещения Δr_x (2*а*) будут совпадать лишь до момента поворота $t_п$.

При $t > t_п$ проекция перемещения Δr_x начинает уменьшаться, а путь s продолжает расти. Он увеличивается на столько, на сколько за то же время уменьшается проекция перемещения.

От графика проекции перемещения Δr_x легко перейти к графику координаты x (рис. 82).

Так как, согласно формуле (6), $x = x_0 + \Delta r_x$, то графики координаты x (параболы 1^+ и 1^-) получаются путем смещения графика Δr_x на величину $|x_0|$. Смещение вверх происходит при $x_0 > 0$, а вниз — при $x_0 < 0$ (рис. 82).

Выведем еще две формулы, полезные для решения задач о равнопеременном движении.

Выразим время из формулы проекции скорости (1): $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$. Подставив это выражение в формулу (2), получим: $\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Следовательно, при равнопеременном движении

$$\boxed{v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta r_x}. \qquad (7)$$

В случае когда начальная скорость и ускорение одинаково направлены, из равенства (7) следует:

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2as}, \qquad (8)$$

где s — пройденный путь.

Главные выводы

1. При равнопеременном движении тела его перемещение и координата — квадратичные функции времени.
2. Графики зависимости проекции перемещения и координаты от времени для равнопеременного движения являются участками парабол.
3. Вершина параболы на графике проекции перемещения соответствует моменту времени, при котором мгновенная скорость равна нулю.

Контрольные вопросы

1. Как зависят перемещение и координата от времени при равнопеременном движении?
2. Как с помощью графика проекции перемещения для равномерного движения построить график этой величины для равнопеременного движения?
3. Как, зная график проекции перемещения, получить график координаты? Что еще при этом надо знать?
4. В каком случае графики проекции перемещения и координаты совпадают?
5. Где расположена вершина параболы на графике координаты, если $v_{0x} > 0$, $a_x > 0$?

Пример решения задачи

Шарику, находящемуся в точке A, расположенной посередине наклонного желоба длиной $l_0 = 100$ см (рис. 83), сообщили начальную скорость $\vec{v}_0$ вдоль наклонного желоба вверх. Ускорение шарика $\vec{a}$ направлено вдоль желоба вниз. Найдите координату точки поворота $x_п$ и время $t_п$, за которое шарик ее достигнет, если $v_0 = 40\ \frac{см}{с}$, $a = 20\ \frac{см}{с^2}$.

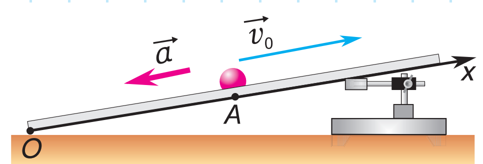


Рис. 83

Определите время, когда шарик вернется в точку A, и время, когда он окажется в точке O. Постройте графики проекций скорости и перемещения, а также координаты шарика.

Пример решения задачи

Дано:
$l_0 = 100$ см
$v_0 = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$
$a = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$
$x_0 = 50$ см

$x_п$ — ?
$t_п$ — ?
t_2 — ?
t_3 — ?

Решение

Выберем ось Ox, как показано на рисунке 83. Тогда проекция скорости $v_x = v_0 - at$, проекция перемещения $\Delta r_x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$, координата $x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$, где $x_0 = 0{,}5 l_0 = 50$ см, $v_{0x} = v_0 = 40\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $a_x = -a = -20\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.

По этим формулам для моментов времени $t = 0$; 1,0 с; 2,0 с; 3,0 с; 4,0 с; 5,0 с найдем значения v_x и Δr_x и занесем результаты в таблицу.

t, с	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
v_x, $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	40	20	0	–20	–40	–60
Δr_x, см	0	30	40	30	0	–50

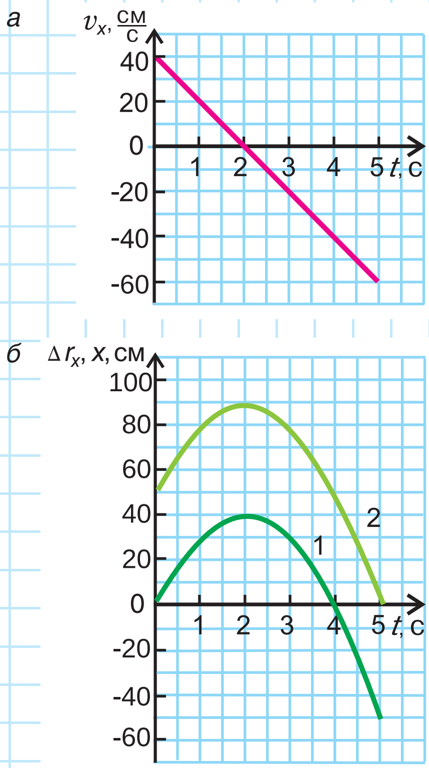


Рис. 84

Используя полученные значения, строим графики проекций скорости (рис. 84, *а*) и перемещения (рис. 84, *б*, график 1) за промежуток времени от 0 до 5 с.

График координаты получим, сдвинув график проекции перемещения на $x_0 = 50$ см вверх (график 2 на рис. 84, *б*). Из графиков и таблицы находим: координата точки поворота $x_1 = 90$ см; шарик достиг ее в момент $t_п = 2{,}0$ с; в точке A шарик оказался при $t_2 = 4{,}0$ с, а в точке O — при $t_3 = 5{,}0$ с.

Ответ: $x_п = 90$ см; $t_п = 2{,}0$ с; $t_2 = 4{,}0$ с; $t_3 = 5{,}0$ с.

Упражнение 8

1. Дети съезжают с горки на санках за время $t = 3{,}0$ с, двигаясь с постоянным ускорением $a = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Начальная скорость движения санок равна нулю. Определите длину горки.

2. Электровоз, подходя к станции со скоростью $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, начинает равномерно тормозить и через время $t = 1{,}0$ мин останавливается. Определите тормозной путь электровоза. С каким ускорением двигался электровоз?

3. Проекция скорости шарика, движущегося по прямолинейному желобу, зависит от времени по закону $v_x = A + Bt$, где $A = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 2{,}0\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Определите проекцию начальной скорости и проекцию ускорения шарика. Найдите зависимость проекции перемещения Δr_x шарика от времени. Найдите значения v_x и Δr_x в момент времени $t = 6{,}0$ с. Постройте графики проекций скорости и перемещения шарика.

4. По графикам проекции скорости прямолинейно движущихся мотоциклистов (рис. 85) постройте графики проекций их ускорения и перемещения. Охарактеризуйте эти движения. Чему равно отношение путей, пройденных каждым мотоциклистом к моментам времени $t_1 = 4{,}0$ с и $t_2 = 8{,}0$ с от начала движения? Запишите кинематический закон движения каждого из мотоциклистов, считая $x_0 = 0$.

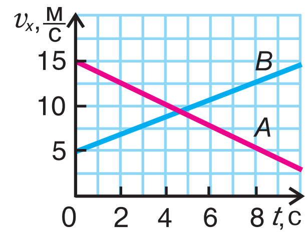


Рис. 85

5. Подъемный кран поднимает груз из состояния покоя с постоянным ускорением $a = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Как относятся пути, проходимые грузом за 1, 2, 3 и 4-ю секунды движения? Подтвердите ответ графиком зависимости модуля скорости движения груза от времени.

6. Кинематический закон движения брошенного вверх мяча во время игры детей на площадке имеет вид $y = At - Bt^2$, где $A = 15{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определите путь, модуль перемещения и координату мяча к моментам времени $t_1 = 1{,}0$ с, $t_2 = 2{,}0$ с и $t_3 = 3{,}0$ с от начала движения. Постройте графики зависимости от времени проекций ускорения и скорости, координаты мяча, модуля перемещения и пути.

7. Автомобиль первую половину пути двигался равномерно со скоростью $\upsilon_1 = 36\ \frac{км}{ч}$, а вторую — равноускоренно. Определите среднюю скорость движения автомобиля на всем маршруте, если в конце движения скорость $\upsilon_2 = 20\ \frac{м}{с}$.

8. Пассажир, стоявший на платформе у начала отправляющегося поезда, определил, что первый вагон прошел мимо него за время $t_1 = 4$ с, а весь поезд — за $t_2 = 16$ с. Сколько вагонов было у поезда? За какое время прошел мимо пассажира последний вагон? Движение поезда считать равноускоренным, а вагоны одинаковыми.

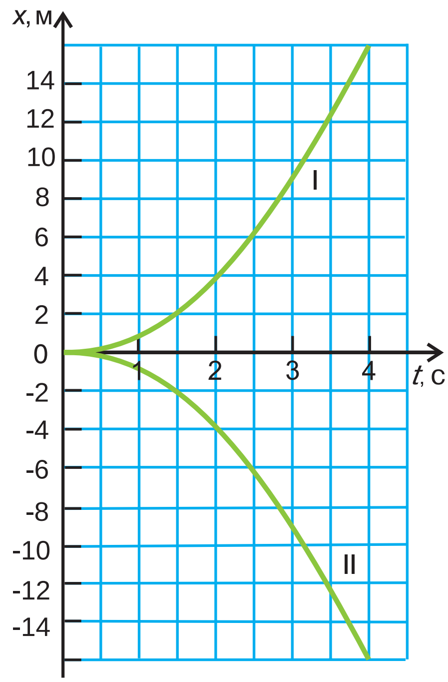


Рис. 86

9. Графики движения для двух велосипедистов (рис. 86) являются параболами с вершиной в начале координат. Чем отличаются движения велосипедистов? Чему равны проекции на ось Ox ускорений и начальных скоростей движения для каждого из велосипедистов? Каковы проекции и модули скоростей движения велосипедистов при $t = 3{,}0$ с?

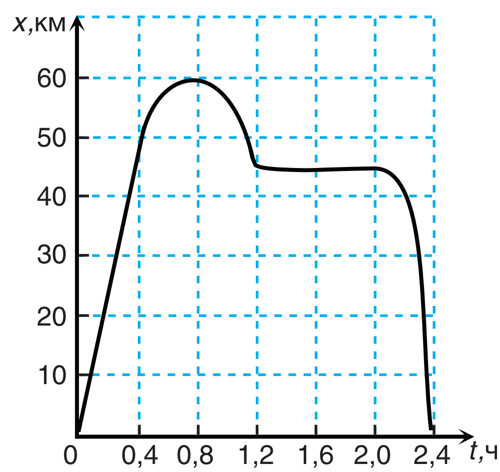


Рис. 87

10. Используя график зависимости координаты транспортного средства от времени (рис. 87), опишите движение данного транспортного средства.

По графику координаты постройте график скорости движения этого транспортного средства. Как изменялась скорость его движения?

Движению какого транспортного средства может соответствовать этот график? Почему?

§ 13. Криволинейное движение. Линейная и угловая скорости

Мы изучили прямолинейное движение — равномерное и равнопеременное. Криволинейное движение (рис. 88, *а*, *б*) встречается гораздо чаще. Каковы закономерности такого движения?

Пусть тело движется по криволинейной траектории, изображенной на рисунке 88, *в*. Ее (как и любую другую) можно приближенно разбить на прямолинейные участки (MK, AB, ...) и дуги окружностей (KA, BD, ...) соответствующих радиусов.

Прямолинейное движение мы изучили. Рассмотрим теперь движение тела (считая его материальной точкой) по окружности (рис. 89).

Чтобы охарактеризовать положение тела, проводят вектор $\vec{R}$ из центра окружности в ту точку траектории, где в данный момент это тело находится. Вектор $\vec{R}$ называют ***радиус-вектором***.

На рисунке 89 радиус-вектор $\vec{R}_1$ указывает, где находится тело в момент времени t_1, а радиус-вектор $\vec{R}_2$ — в момент t_2.

Тело *движется по окружности*, а радиус-вектор совершает *вращательное движение*. За время $\Delta t = t_2 - t_1$ тело пройдет путь, равный длине дуги AB, а радиус-вектор повернется на угол $\Delta\varphi$.

В СИ угол поворота измеряется в *радианах* (сокращенно — *рад*). **Угол в 1 рад — это центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности** (рис. 89, угол COD).

Значит, если тело пройдет по окружности путь s, то угол поворота $\Delta\varphi$, выраженный в радианах, будет равен

$$\Delta\varphi = \frac{s}{R}. \qquad (1)$$

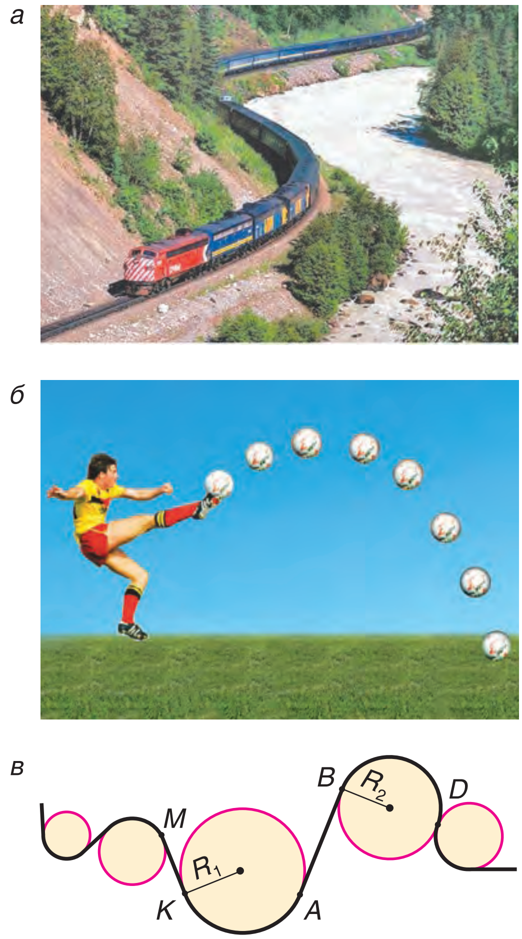


Рис. 88

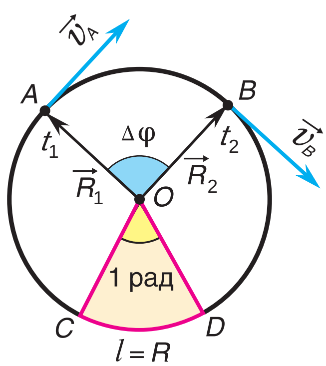


Рис. 89

Для одного полного оборота по окружности путь $s = 2\pi R$, а угол поворота $\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$ рад. Значит, 2π рад $= 360°$, а 1 рад $= \frac{360°}{2\pi} \approx$ $\approx 57{,}30° \approx 57°18'$.

Двигаясь по траектории, в каждый момент времени тело имеет мгновенную скорость $\vec{v}$, направленную по касательной к окружности (рис. 89). При рассмотрении движения по окружности ее принято называть *линейной скоростью*.

Рассмотрим самое простое из криволинейных движений — *движение по окружности, при котором за любые равные промежутки времени тело (материальная точка) проходит одинаковые пути.* В этом случае модуль линейной скорости $v = \text{const}$. Однако скорость движения $\vec{v}$ как векторная величина непостоянна ($\vec{v} \neq \overrightarrow{\text{const}}$), т. к. ее направление непрерывно изменяется (рис. 89).

При движении по окружности со скоростью, модуль которой $v = \text{const}$, его радиус-вектор $\vec{R}$ совершает *равномерное вращение*. Быстроту вращательного движения характеризуют *угловой* скоростью. Ее обозначают буквой ω (омега). При равномерном вращении **угловая скорость равна отношению угла поворота $\Delta\varphi$ радиус-вектора к промежутку времени Δt, за который этот поворот произошел:**

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}. \qquad (2)$$

При равномерном вращении угловая скорость ω постоянна, а ее числовое значение равно углу поворота радиус-вектора за единицу времени.

Единица угловой скорости в СИ — 1 *радиан в секунду* $\left(1\,\frac{\textit{рад}}{\textit{с}}\right)$.

Как связан модуль линейной скорости v с угловой скоростью ω? Подставив $\Delta\varphi = \frac{s}{R}$ в формулу $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, получим: $\omega = \frac{s}{R\Delta t}$. Отношение $\frac{s}{\Delta t} = v$. Значит, связь между угловой скоростью и модулем линейной скорости выражается формулой

$$\boxed{\omega = \frac{v}{R}}. \qquad (3)$$

Равномерное вращение характеризуют также периодом обращения, который обозначается буквой T. **Он равен времени, за которое тело (материальная точка) совершает один полный оборот по окружности.**

За промежуток времени $\Delta t = T$ радиус-вектор поворачивается на угол $\Delta\varphi = 2\pi$. Значит, согласно формуле (2)

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}. \quad (4)$$

С периодом и угловой скоростью связана *частота вращения*. Ее обычно обозначают греческой буквой ν (ню).

Частота вращения равна отношению числа оборотов N к промежутку времени Δt, за которое они совершены:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t}. \quad (5)$$

Из формулы (5) следует: частота вращения равна числу оборотов за единицу времени. Единицей частоты в СИ является *1 оборот в секунду*, или $\frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$.

За промежуток времени, равный периоду ($\Delta t = T$) совершается один оборот: $N = 1$. Тогда согласно формуле (5)

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}}, \quad (6)$$

т. е. частота вращения ν — величина, обратная периоду T.

Из формул (4) и (6) следует связь между угловой скоростью и частотой вращения:

$$\boxed{\omega = 2\pi\nu}. \quad (7)$$

Угловая скорость пропорциональна частоте вращения.

Мы рассмотрели движение материальной точки по окружности. Рассмотрим теперь равномерное вращение тела вокруг неподвижной оси (рис. 90).

Точки, находящиеся на оси, покоятся. Остальные точки тела описывают окружности, лежащие в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Углы поворота $\Delta\varphi$ радиус-векторов этих точек за одно и то же время одинаковы. Значит, одинаковы *период* T, *частота* ν и *угловая скорость* ω всех этих точек.

В то же время модули линейных скоростей точек тела различны. Они зависят от расстояния R точки до оси вращения (рис. 90). Согласно формуле (3)

$$v = \omega R.$$

Модули линейных скоростей точек тела, равномерно вращающегося вокруг неподвижной оси, прямо пропорциональны расстоянию до этой оси.

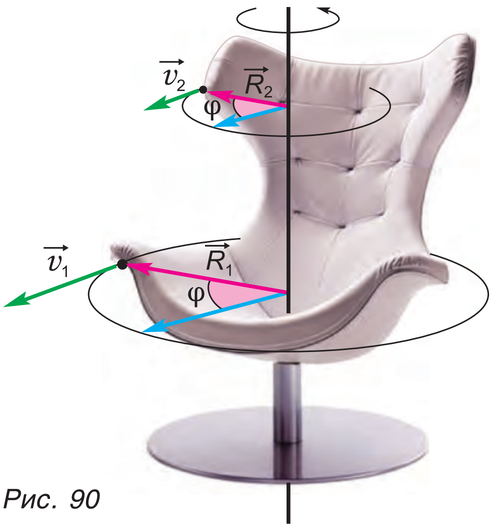


Рис. 90

Главные выводы

1. Угловая скорость вращательного движения численно равна углу поворота радиус-вектора за единицу времени.
2. Единица угловой скорости — 1 радиан в секунду.
3. Частота вращения есть величина, обратная периоду.

Контрольные вопросы

1. Может ли быть постоянной линейная скорость тела при его движении по окружности? Может ли быть постоянным модуль этой скорости? Почему?
2. Какой физический смысл имеет угловая скорость? В каких единицах она измеряется?
3. Как угловая скорость связана с линейной?
4. Как связан период обращения с угловой скоростью? Частотой вращения?
5. Одинаковы ли периоды обращения точек тела, вращающегося вокруг оси? Одинаковы ли линейные скорости этих точек? Почему?

Пример решения задачи

Вал электродвигателя кофемолки совершает $N = 45$ оборотов за время $t = 6{,}0$ с. Определите период, частоту и угловую скорость равномерного вращения вала.

Дано:
$N = 45$
$t = 6{,}0$ с

T — ?
ν — ?
ω — ?

Решение

Частота вращения вала:

$$\nu = \frac{N}{t};\quad \nu = \frac{45}{6{,}0\ \text{с}} = 7{,}5\ \text{с}^{-1}.$$

Учитывая связь между периодом и частотой, находим:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{7{,}5\ \text{с}^{-1}} = 0{,}13\ \text{с}.$$

Угловая скорость:

$$\omega = 2\pi\nu = 6{,}28\ \text{рад}\cdot 7{,}5\ \text{с}^{-1} = 47\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Ответ: $T = 0{,}13$ с; $\nu = 7{,}5\ \text{с}^{-1}$; $\omega = 47\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Упражнение 9

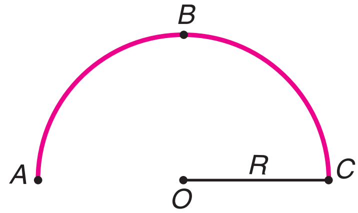


Рис. 91

1. Сколько радиан содержит центральный угол, длина дуги которого равна диаметру окружности? Половине длины окружности?

2. Желоб, изогнутый в виде половины окружности радиусом R, лежит на столе (рис. 91, вид сверху). По желобу из точки A в точку C переместился шарик. Какой путь он прошел? Чему равен модуль перемещения шарика? Изобразите вектор перемещения шарика и линейные скорости шарика в точках A, B и C, считая модуль скорости движения шарика $v = \text{const}$.

3. Используя решение предыдущей задачи, найдите и изобразите векторы: $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_B - \vec{v}_A$, $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_C - \vec{v}_B$ и $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_C - \vec{v}_A$.

4. Чему равно отношение пути к модулю перемещения при движении шарика (рис. 91): а) из точки A в точку B; б) из точки A в точку C? Какой вывод из этих расчетов можно сделать?

5. Определите угловую скорость, частоту вращения и период равномерно вращающегося колеса, если за промежуток времени $\Delta t = 1{,}0$ с оно делает четверть оборота.

6. При равномерном вращении одно колесо за время $t_1 = 8$ с совершает $N_1 = 240$ оборотов, а другое за время $t_2 = 40$ с делает $N_2 = 600$ оборотов. Во сколько раз отличаются их угловые скорости? Их периоды и частоты вращения?

7. Барабан центрифуги для отжима белья вращается равномерно с частотой $\nu = 600\ \frac{1}{\text{мин}}$. Диаметр барабана $d = 40$ см. Определите период и угловую скорость вращения барабана. Найдите модуль линейной скорости точек на его поверхности.

8. Определите периоды, частоты и угловые скорости вращения часовой, минутной и секундной стрелок часов.

9. Определите угловую и линейную скорости обращения Земли вокруг Солнца. Расстояние от Земли до Солнца принять равным $R = 150\ 000\ 000$ км.

§ 14. Ускорение точки при ее движении по окружности

При равномерном прямолинейном движении ускорение равно нулю. А почему ускорение возникает при движении по окружности? Как оно направлено? Чему равен его модуль?

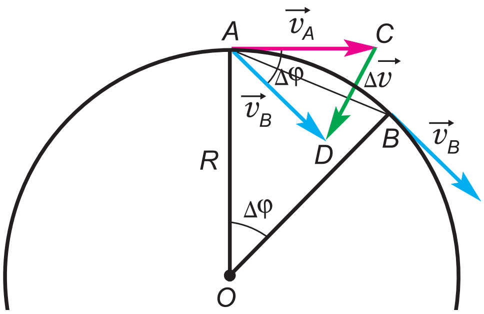


Рис. 92

Пусть тело (рассматриваемое как материальная точка) движется по окружности радиусом R со скоростью, модуль которой не изменяется (v = const). За промежуток времени Δt тело переместилось из точки A в точку B (рис. 92). Изменение скорости $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \neq \vec{0}$. Поэтому не равно нулю и ускорение тела

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Найдем ускорение тела в точке A. Перенесем вектор $\vec{v}_B$ в эту точку и построим вектор $\Delta\vec{v}$. Получились подобные равнобедренные треугольники ACD и OAB. Из их подобия следует:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{R}, \qquad (2)$$

где $\Delta v = \left|\Delta\vec{v}\right|$ — модуль изменения скорости, $\Delta r = AB$ — модуль перемещения. Разделим обе части равенства (2) на Δt:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}\cdot\frac{1}{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}\cdot\frac{1}{R}. \qquad (3)$$

При малых Δt отношение $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ практически равно модулю скорости тела v, а отношение $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ — модулю его ускорения a в той же точке. В результате равенство (3) примет вид $\frac{a}{v} = \frac{v}{R}$, откуда

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}}. \qquad (4)$$

Формула (4) определяет модуль ускорения $\vec{a}$ в случае движения тела по окружности при v = const.

А каково направление ускорения $\vec{a}$? Оно совпадает с направлением вектора $\Delta\vec{v}$ при малых Δt. Из рисунка 92 видно, что чем меньше Δt и вместе с ним угол $\Delta\varphi$, тем направление вектора $\Delta\vec{v}$ ближе к направлению на центр окружности.

Значит, ускорение $\vec{a}$ направлено по радиусу *к центру окружности*. Поэтому его называют *центростремительным*. В то же время вектор $\vec{a}$ перпендикулярен скорости $\vec{v}$ (т. е. направлен по нормали к ней). Поэтому ускорение $\vec{a}$ называют также и *нормальным* ускорением.

А как связано центростремительное ускорение с угловой скоростью? Подставляя в формулу (4) выражение $v = \omega R$, находим:

$$a = \omega^2 R. \qquad (5)$$

Отсюда, учитывая, что $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, получим еще две полезные формулы:

$$a = 4\pi^2\nu^2 R, \qquad (6)$$

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \qquad (7)$$

Выведите самостоятельно выражение для центростремительного ускорения через угловую и линейную скорости:

$$a = \omega v. \qquad (8)$$

Для любознательных

А как направлено ускорение $\vec{a}$ тела, движущегося по окружности, если модуль его скорости $v \neq \text{const}$?

На рисунке 93, *а* (вид сверху) мчащийся по кольцевой трассе автомобиль набирает скорость. Ускорение автомобиля $\vec{a}$ равно сумме двух составляющих: $\vec{a} = \vec{a}_{\text{цс}} + \vec{a}_{\text{кас}}$. Центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{цс}}$ обусловлено изменением *направления* скорости. А касательное к траектории ускорение $\vec{a}_{\text{кас}}$ возникает из-за изменения *модуля* скорости. При наборе скорости вектор $\vec{a}_{\text{кас}}$ направлен так же, как $\vec{v}$, а вектор $\vec{a}$ составляет с $\vec{v}$ острый угол.

На рисунке 93, *б* автомобиль тормозит. Модуль скорости уменьшается, составляющая $\vec{a}_{\text{кас}}$ направлена противоположно вектору $\vec{v}$, а угол между ускорением $\vec{a}$ и скоростью $\vec{v}$ — тупой.

В обоих случаях модуль ускорения $a = \sqrt{a_{\text{цс}}^2 + a_{\text{кас}}^2}$.

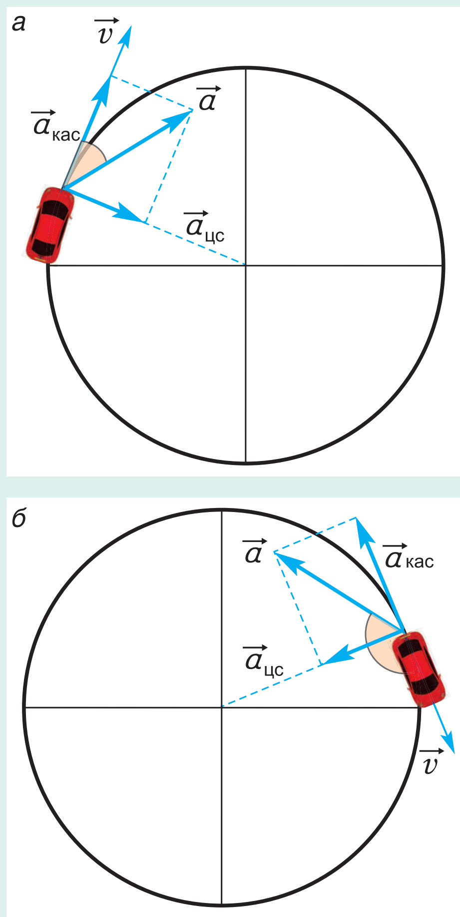


Рис. 93

Главные выводы

1. Тело, движущееся по окружности со скоростью, модуль которой $v = \text{const}$, обладает центростремительным ускорением.
2. Центростремительное ускорение перпендикулярно скорости и направлено к центру окружности.
3. Модуль центростремительного ускорения $a = \dfrac{v^2}{R}$.

Контрольные вопросы

1. В каком случае ускорение вызвано: а) изменением только модуля скорости; б) изменением только направления скорости?
2. Почему ускорение при движении точки по окружности с постоянным модулем скорости называют: а) центростремительным; б) нормальным?
3. Как центростремительное ускорение связано с линейной скоростью и радиусом окружности?

Пример решения задачи

Период вращения T_1 первого колеса в 4 раза больше периода вращения T_2 второго колеса, а его радиус R_1 в 2 раза меньше радиуса R_2 второго колеса. У какого колеса больше центростремительное ускорение точек на его ободе? Во сколько раз?

Дано:

$\dfrac{T_1}{T_2} = 4$

$\dfrac{R_2}{R_1} = 2$

$\dfrac{a_2}{a_1}$ — ?

Решение

Согласно формуле (6) отношение модулей центростремительных ускорений точек на ободе второго и первого колеса:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2} : \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

По условию задачи:

$$R_2 = 2R_1;\ T_1 = 4T_2.$$

Тогда

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2R_1}{R_1} \cdot \frac{16T_2^2}{T_2^2} = 32.$$

Ответ: $\dfrac{a_2}{a_1} = 32$.

Упражнение 10

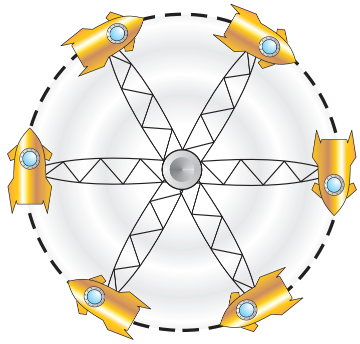


Рис. 94

1. Карусель (рис. 94, вид сверху) равномерно вращается с частотой $\nu = 0{,}10\ \frac{1}{\text{с}}$. Определите угловую скорость вращения карусели. Найдите линейную скорость и ускорение «ракеты». Считайте «ракету» материальной точкой, находящейся на расстоянии $R = 5{,}0$ м от оси вращения карусели.

2. Реактивный самолет летит по дуге радиусом $R = 6$ км со скоростью, модуль которой постоянен и равен $\upsilon = 1800\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите ускорение самолета.

Рис. 95

3. Определите центростремительное ускорение движения Земли вокруг Солнца по круговой орбите радиусом $R = 1{,}5 \cdot 10^8$ км.

4. Модуль скорости крайних точек равномерно вращающегося диска $\upsilon = 55\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а модуль центростремительного ускорения этих точек $a = 10\ \frac{\text{км}}{\text{с}^2}$. Найдите радиус диска.

Рис. 96

5. Ротор гидротурбины вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = 4{,}0\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Определите период вращения ротора, а также ускорения точек ротора, находящихся на расстояниях $R_1 = 20$ см и $R_2 = 50$ см от оси вращения.

6. По арене цирка по окружности диаметром $d = 13$ м движется велосипедист. Модуль его линейной скорости $\upsilon = \text{const}$. За время $t = 22$ с радиус-вектор, задающий его положение, повернулся на угол $\Delta\varphi = 5\pi$ рад. Определите угловую и линейную скорости велосипедиста, а также путь и перемещение, совершенные им за это время.

7. Во сколько раз модули линейной скорости и ускорения конца минутной стрелки часов на башне Привокзальной площади Минска (рис. 95) больше модулей скорости и ускорения конца часовой стрелки? Длина минутной стрелки $R_1 = 1{,}70$ м, длина часовой стрелки $R_2 = 1{,}30$ м.

8. Определите центростремительное ускорение автомобиля, проезжающего середину выпуклого моста (рис. 96) со скоростью, модуль которой постоянен и равен $\upsilon = 36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Радиус дуги моста $R = 40$ м.

9. Мотоциклист совершает цирковой номер, двигаясь в горизонтальной плоскости по вертикальной стене (рис. 97, вид сверху) по окружности радиусом $R = 9{,}0$ м. Определите линейную скорость мотоциклиста, если модуль его центростремительного ускорения постоянен и равен $a = 16\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Мотоциклиста считайте материальной точкой.

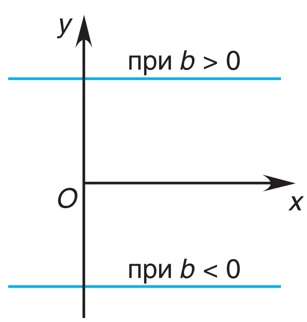
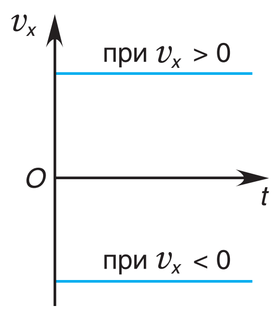
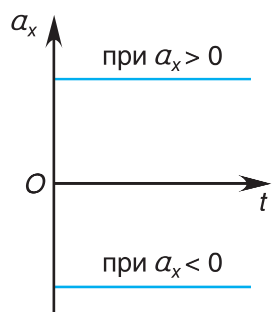
Рис. 97

10. Определите линейные скорости и центростремительные ускорения точек на поверхности Земли: а) на экваторе; б) на широте $\varphi = 60°$. Радиус Земли принять равным $R = 6400$ км.

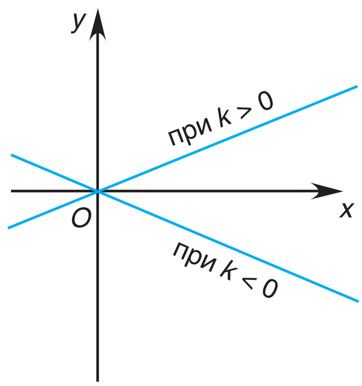
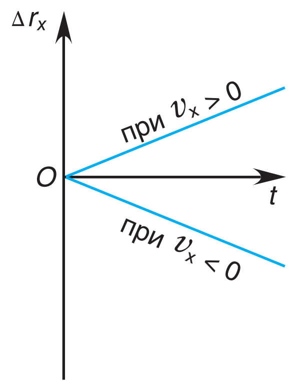
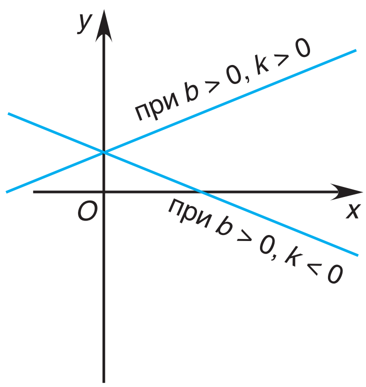
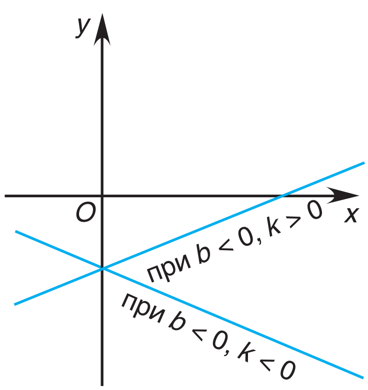
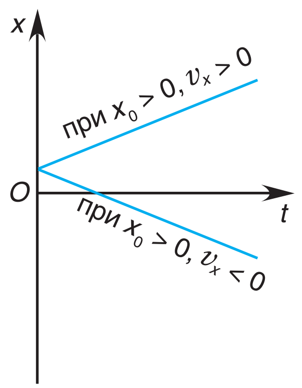
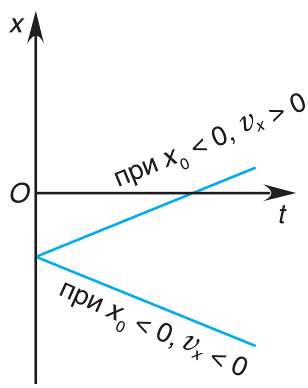
11. Вертолет равнозамедленно снижается по вертикали с некоторой высоты. Модуль ускорения вертолета $a = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. За время снижения винт вертолета, вращаясь с частотой $\nu = 300\ \frac{\text{об}}{\text{мин}}$, совершил $N = 120$ оборотов. С какой высоты снижался вертолет, если к моменту посадки его скорость уменьшилась до нуля?

12. По формуле $a = \frac{v^2}{R}$ центростремительное ускорение обратно пропорционально радиусу R, а по формуле $a = \omega^2 R$ — прямо пропорционально ему. Нет ли в этом противоречия? Объясните на примерах.

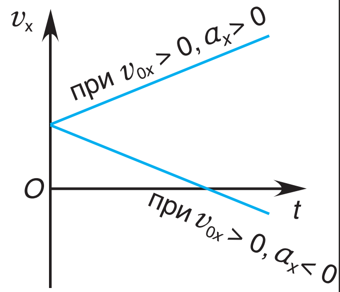
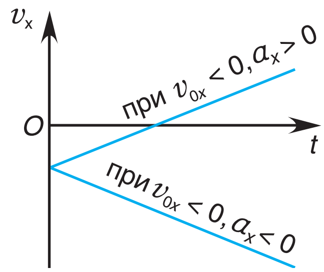
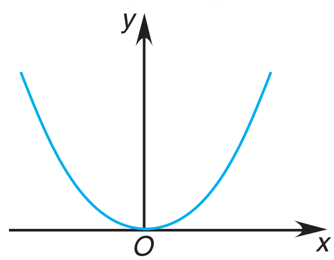
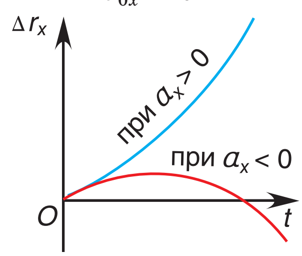
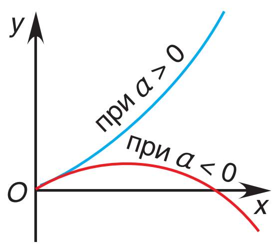
Основные кинематические величины и их графики

Функция в математике	График функции	Зависимость в физике	График зависимости
Постоянная величина $y = b$, где $b = \text{const}$		Проекция скорости при равномерном движении $v_x = \text{const}$	
		Проекция ускорения при равнопеременном движении $a_x = \text{const}$	

Продолжение

Функция в математике	График функции	Зависимость в физике	График зависимости
Прямая пропорциональная зависимость $y = kx$, где $k = \mathrm{const}$		Проекция перемещения при равномерном движении $\Delta r_x = v_x t$, где $v_x = \mathrm{const}$	
Линейная функция $y = kx + b$, где $k = \mathrm{const}$, $b = \mathrm{const}$	График функции  	Координата при равномерном движении $x = x_0 + v_x t$, где $x_0 = \mathrm{const}$, $v_x = \mathrm{const}$	 

Продолжение

Функция в математике	График функции	Зависимость в физике	График зависимости
		Проекция скорости при равнопеременном движении $v_x = v_{0x} + a_x t$, где $v_{0x} = \text{const}$, $a_x = \text{const}$	 
Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$, где $a = \text{const} \neq 0$, $b = \text{const}$, $c = \text{const}$	$a > 0,\ b = 0,\ c = 0$ 	Проекция перемещения при равнопеременном движении $\Delta r_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, где $v_{0x} = \text{const}$, $a_x = \text{const}$	$v_{0x} > 0$ 
	$b > 0,\ c = 0$ 	Координата при равнопеременном движении $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, где $x_0 = \text{const}$, $v_{0x} = \text{const}$, $a_x = \text{const}$	График координаты получается путем сдвига графика проекции перемещения на $\lvert x_0 \rvert$: вверх (при $x_0 > 0$), вниз (при $x_0 < 0$)

Темы проектных заданий по главе «Основы кинематики»

1. Время и его измерение.
2. Физика в моей будущей профессии.
3. Аналогии между поступательным и вращательным движениями.
4. Способы счета времени. Календарь.
5. Оптимальный вариант моего движения из дома в школу.
6. Приборы для измерения скорости и ускорения.

2 Основы динамики

- Нужно ли прилагать к телу силу, чтобы оно двигалось с постоянной скоростью?
- Почему брошенный вверх мяч упадет на Землю, а спутник останется на орбите?
- Почему по гладкому льду легко скользить, но трудно идти?
- Когда человек испытывает состояние невесомости: при плавании под водой или при прыжке в высоту?

§ 15. Взаимодействие тел. Сила. Инерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона

Вам уже известно, что окружающие нас тела взаимодействуют друг с другом. Каким закономерностям подчиняются взаимодействия тел? Как они влияют на механическое движение тел? Ответы на эти вопросы дает раздел физики *динамика*.

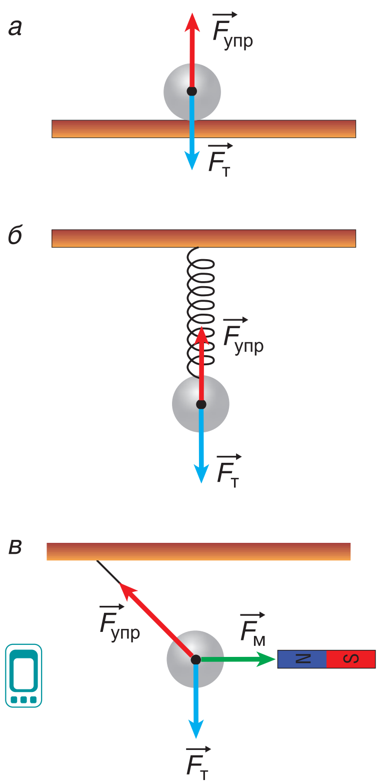


Рис. 98

Рассмотрим взаимодействие стального шарика с различными телами (рис. 98, *а*, *б*, *в*). Шарик находится в состоянии покоя.

С какими телами взаимодействует шарик в случае *а*? С Землей и опорой.

Количественной мерой взаимодействия, как вам известно, является сила. Земля притягивает шарик силой тяжести $\vec{F}_{т}$ посредством поля тяготения (полевое взаимодействие). Опора действует на шарик силой упругости $\vec{F}_{упр}$. Это контактное взаимодействие.

Действующие силы компенсируют друг друга ($\vec{F}_{т} + \vec{F}_{упр} = \vec{0}$). Шарик находится в состоянии покоя относительно опоры.

В случае *б* сила упругости действует на шарик со стороны растянутой пружины. В обоих случаях шарик взаимодействовал с двумя телами: Землей и опорой (рис. 98, *а*), с Землей и пружиной (рис. 98, *б*). Значит, число сил, приложенных к телу, равно числу тел, с которыми данное тело взаимодействует.

В земных условиях любое тело взаимодействует хотя бы с одним телом (Землей).

В случае *в* на шарик действуют три тела: Земля с силой $\vec{F}_{т}$, нить с силой $\vec{F}_{упр}$ и магнит с силой $\vec{F}_{м}$. Сумма всех сил, приложенных к шарику, как и в случаях *а* и *б*, равна нулю: $\vec{F}_{т} + \vec{F}_{упр} + \vec{F}_{м} = \vec{0}$. Шарик находится в состоянии покоя относительно Земли.

Рис. 99

А при каком условии шарик сохранял бы состояние равномерного прямолинейного движения? Повседневный опыт говорит: чтобы тело двигалось равномерно, его нужно тянуть или толкать (рис. 99), прилагая силу. Прекратится действие силы — движущееся тело рано или поздно остановится. Так считали и известные ученые древности, например Аристотель. Опровергнуть эти представления удалось в первой половине XVII в. итальянскому ученому Галилео Галилею.

Проведем опыт, подобный опытам Галилея. Пустим с некоторой высоты железный шарик по наклонному желобу (рис. 100). Шарик скатывается с желоба и продолжает движение по горизонтальной поверхности стола, покрытого тканью (рис. 100, *а*), картоном (рис. 100, *б*), стеклом (рис. 100, *в*).

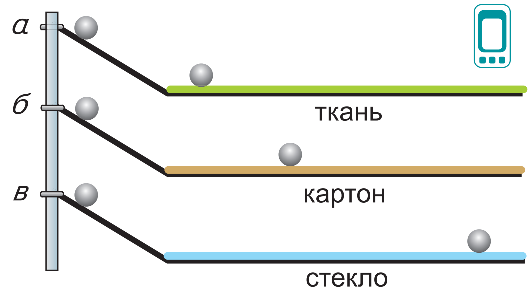


Рис. 100

Опыт показывает, что по стеклу шарик прокатится дальше всего. Почему? Потому что в этом случае трение было наименьшим. А если бы трения не было совсем? На шарик действовали бы только две силы: сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила упругости $\vec{F}_{упр}$ (рис. 101), компенсирующие друг друга. Шарик двигался бы с постоянной скоростью как угодно долго.

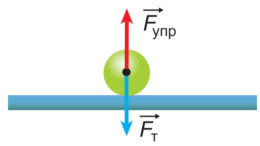


Рис. 101

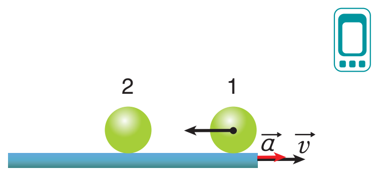


Рис. 102

Галилей сделал вывод: скорость движения тела остается постоянной, если на тело не действуют силы или силы действуют, но при этом компенсируют друг друга. Такое движение называют **движением по инерции.**

Развивая идеи Галилея, в 1687 г. Исаак Ньютон сформулировал утверждение, получившее название *первый закон Ньютона* (или *закон инерции*): **всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока на него не подействуют силы.**

В первом законе Ньютона заключена важнейшая идея механики. Действовать на тело силой необходимо не для того, чтобы сохранить его скорость постоянной, а для того, чтобы **изменить** ее. Сила нужна как для изменения *модуля* скорости, так и для изменения ее *направления*.

Мы знаем, что скорость тела зависит от системы отсчета. В любой ли системе отсчета выполняется первый закон Ньютона?

Приведем в ускоренное движение опору, на которой покоится шарик (см. рис. 101). Относительно опоры шарик начнет двигаться ускоренно в противоположную сторону (от положения 1 к положению 2) (рис. 102). Но ведь на шарик действовали те же силы $\vec{F}_т$ и $\vec{F}_{упр}$, которые по-прежнему компенсировали друг друга: $\vec{F}_т + \vec{F}_{упр} = \vec{0}$.

Какая же сила вызвала движение шарика? Такой силы нет. Просто первый закон Ньютона выполняется в системе отсчета, покоящейся относительно Земли, но не выполняется в системе отсчета, связанной с ускоренно движущейся опорой.

Системы отсчета, относительно которых тела покоятся или движутся равномерно и прямолинейно, когда на них не действуют силы (или силы скомпенсированы), называются *инерциальными*.

Значит, система отсчета, связанная с Землей, является *инерциальной системой отсчета*, а система отсчета, связанная с ускоренно движущейся относительно Земли опорой — *неинерциальной*. Существование систем отсчета, близких к инерциальным, — важнейший, проверенный экспериментально, факт. Поэтому первому закону Ньютона дают следующую формулировку: **существуют системы отсчета, относительно которых любое тело движется равномерно и прямолинейно, если на него не действуют силы или действие сил скомпенсировано.**

Для любознательных

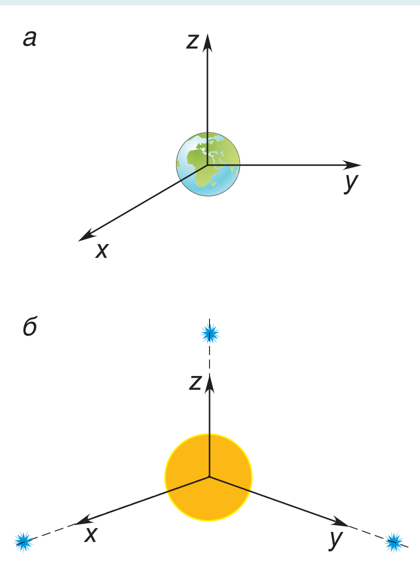


Рис. 103

Опыты показывают, что систему отсчета, связанную с Землей, — геоцентрическую систему (рис. 103, *а*) — можно считать инерциальной только приближенно. Гораздо более близка к инерциальной гелиоцентрическая система отсчета. Ее начало координат связано с Солнцем, а оси координат направлены на далекие звезды (рис. 103, *б*).

Любая система отсчета, движущаяся относительно инерциальной системы поступательно, равномерно и прямолинейно, также будет инерциальной. Если же система отсчета движется ускоренно или вращается относительно инерциальной системы, то она будет неинерциальной. Например, неинерциальные системы отсчета — это системы, связанные с ракетой на участке разгона, с тормозящим поездом, вращающейся каруселью и т. п.

Мы не замечаем неинерциальности геоцентрической системы из-за того, что Земля вращается вокруг своей оси медленно (один оборот за 24 ч).

Главные выводы

1. Количественной мерой взаимодействия является сила.
2. Если все силы, действующие на тело, скомпенсированы или их нет, то тело находится в состоянии покоя или в состоянии равномерного прямолинейного движения.
3. Равномерное движение тела при действии на него скомпенсированных сил называется движением по инерции.
4. Система отсчета называется инерциальной, если тела, на которые не действуют силы, покоятся или движутся относительно нее равномерно и прямолинейно.
5. Первый закон Ньютона в современной формулировке: «Существуют системы отсчета, относительно которых любое тело движется равномерно и прямолинейно, если на него не действуют силы или действие сил скомпенсировано».

? Контрольные вопросы

1. Какие взаимодействия (рис. 98, *в,* с. 68) являются контактными, а какие — полевыми?
2. Как бы вел себя шарик (рис. 98, *а,* с. 68), если бы опору двигали равномерно?
3. Что такое движение по инерции?
4. Можно ли считать инерциальной систему отсчета, связанную с равномерно вращающимся диском?

Упражнение 11

1. Какие тела действуют на мяч, если он: а) лежит на полке; б) прижат к земле ногой футболиста?

2. Скомпенсированы ли действия тел на шайбу, если она: а) покоится на льду; б) равномерно скользит по льду под действием клюшки хоккеиста; в) скользит по льду с торможением?

3. В каких случаях система отсчета, связанная с автомобилем, является инерциальной, если автомобиль: а) равномерно движется по шоссе; б) равноускоренно и прямолинейно движется по дороге; в) совершает разворот; г) равномерно движется в гору; д) равномерно спускается с горы; е) равноускоренно спускается с горы?

4. С какими телами, выделенными курсивом, можно связать инерциальную систему отсчета?

а) *Самолет* разгоняется на взлетной полосе; б) *капля* воды падает вертикально вниз с ускорением; в) *человек* идет с постоянной скоростью по равномерно движущемуся эскалатору метро; г) *автомобиль* движется прямолинейно и равномерно; д) *кабина* колеса обозрения вращается с постоянной угловой скоростью.

§ 16. Масса

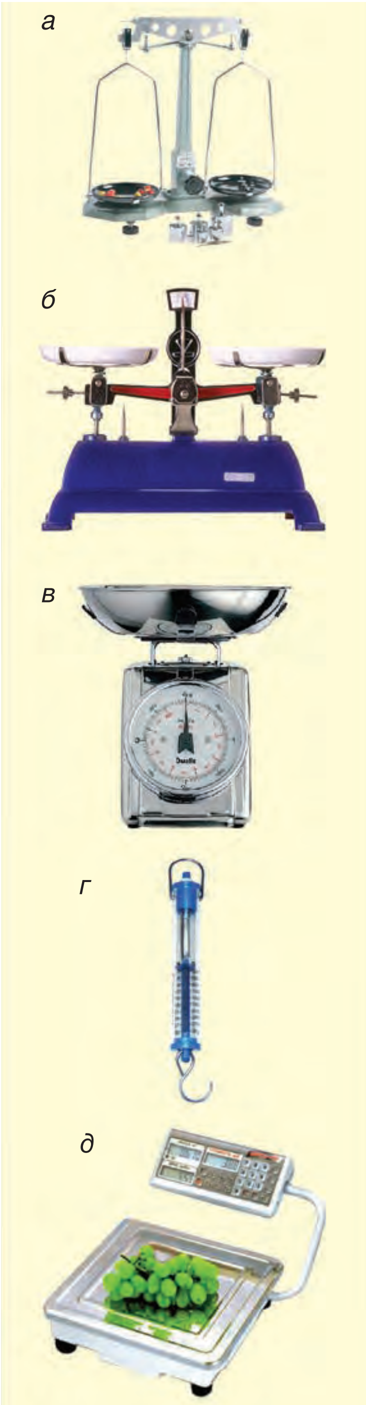


Рис. 104

Мы часто вместо слова «масса» говорим «вес», а слова «массивный» и «тяжелый» считаем синонимами. С точки зрения физики это грубая ошибка.

Представим, что на космической станции, построенной на Луне, проходят соревнования по подъему штанги. На них любой из вас смог бы поднять стокилограммовую штангу! Легче ли штанга на Луне, чем на Земле? Да. Меньше ли на Луне масса штанги? Нет. Так что такое масса? Каковы ее свойства?

В 7-м классе вы узнали, что:

- масса — мера инертности тела;
- сила тяжести прямо пропорциональна массе тела;
- масса тела зависит от количества вещества, содержащегося в нем;
- единицей массы в СИ служит 1 килограмм (1 кг).

Как измеряют массу?

1. Измерение массы тел путем взвешивания

Существуют различные типы весов:

- рычажные (рис. 104, *а*, *б*);
- пружинные (рис. 104, *в*, *г*);
- электронные (рис. 104, *д*).

Во всех случаях *весы — прибор для определения массы тела по действующей на него силе тяжести.*

Как вы знаете, сила тяжести прямо пропорциональна массе тела:

$$F = mg. \qquad (1)$$

Рычажные весы с равными плечами находятся в равновесии, если силы тяжести взвешиваемого тела и набора гирь будут равны: $m_{\text{тела}}g = m_{\text{гирь}}g$, т. е. при $m_{\text{тела}} = m_{\text{гирь}}$. Значит, результат взвешивания тела на рычажных весах не зависит от значения коэффициента g и будет одним и тем же на Земле, Луне и любой планете.

А как измерить массу тела на пружинных весах? Их показания пропорциональны силе тяжести. Сила тяжести на Луне примерно в 6 раз меньше, чем на Земле. Во столько же раз меньше будут и показания пружинных весов.

Чтобы правильно определить массу тела на пружинных весах, нужно провести взвешивание гири-эталона массой $m_{эт} = 1$ кг. Сравнивая показания пружинных весов для тела и эталона $F = mg$ и $F_{эт} = m_{эт}g$, получим:

$$\frac{m}{m_{эт}} = \frac{F}{F_{эт}}, \quad (2)$$

откуда

$$m = m_{эт} \cdot \frac{F}{F_{эт}}. \quad (3)$$

Формула (3) выражает массу тела независимо от того, где проводилось взвешивание.

А можно ли найти массу тела, не используя силу тяжести? Можно, сравнивая инертность тел.

2. Сравнение масс по инертности тел

Любое тело обладает свойством двигаться по инерции, т. е. сохранять свою скорость неизменной, если на него не действуют силы (или силы компенсируют друг друга). Однако одни тела легче разогнать (а разогнав, остановить), а другие — труднее. Например, для разгона или остановки нагруженной тележки на нее следует действовать гораздо большей силой, чем на порожнюю. Груженая тележка более *инертна*.

*Как определить, **во сколько раз** одно тело более инертно, чем другое?*

Проведем опыт. Поставим на горизонтальную поверхность две легкие тележки, нагруженные телами 1 и 2 соответственно (рис. 105), способные катиться почти без трения. Будем разгонять тележки так, чтобы они двигались с одинаковым ускорением, не обгоняя и не отставая друг от друга. Пусть для этого на тележку 1 пришлось подействовать силой $\vec{F}_1$, в три раза большей, чем сила $\vec{F}_2$, приложенная к тележке 2.

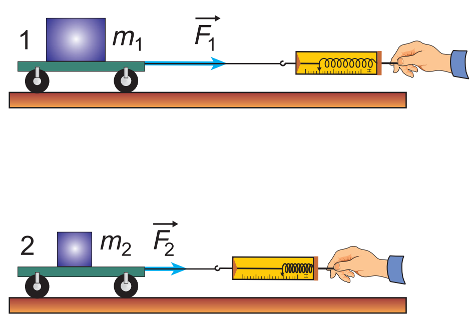


Рис. 105

Значит, тело 1 в три раза *инертнее* тела 2. Или, другими словами, *масса как мера инертности* у тела 1 в три раза больше, чем у тела 2.

Современные, очень точные опыты показывают, что сравнение масс тел путем взвешивания и путем сравнения их инертности дают одинаковые результаты.

Напомним еще о двух практически важных свойствах массы:

- общая масса m нескольких тел равна сумме их масс:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots; \quad (4)$$

- масса однородного тела объемом V равна:

$$m = \rho V, \quad (5)$$

где ρ — плотность вещества, из которого состоит тело.

Для любознательных

Массу как меру инертности называют *инертной массой*, а массу, определяемую по силе притяжения тел друг к другу, — *гравитационной массой*.

Равенство инертной и гравитационной масс неоднократно проверялось на опыте.

Главные выводы

1. Масса тела — мера его инертности.
2. Масса тела — мера его гравитационных свойств.
3. Масса данного тела на Земле, на Луне, на космической станции и т. д. одинакова.

Контрольные вопросы

1. Мерой каких свойств тела является его масса?
2. Почему нагруженную тележку труднее разогнать или остановить, чем ненагруженную?
3. Какими способами можно сравнить массы двух тел? Какой из этих способов можно использовать на орбитальной станции?
4. Равны ли массы тела на Земле и на другой планете?

Упражнение 12

1. Во сколько раз масса Солнца больше массы Земли? Луны? Электрона?

2. Какова масса воды в аквариуме размером $1 \times 1 \times 1$ м? Какова масса воздуха в этом же объеме (при нормальных условиях)? Что больше: масса 1 $м^3$ бетона или 1 $м^3$ алюминия? Какова масса 1 л воды; 1 л ртути; 1 л бензина?

3. Показания динамометра, к которому подвешен металлический цилиндр объемом $V = 100$ $см^3$, равны $P = 2{,}70$ Н. Изменятся ли показания динамометра, если опыт проводить на Луне? Чему равна масса цилиндра и его плотность на Земле? На Луне? Принять $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

4. Бак имеет длину $a = 120$ см, ширину $b = 8{,}0$ дм и высоту $c = 0{,}40$ м. Какую массу воды может вместить этот бак?

5. Металлический однородный цилиндр имеет массу $m = 164$ г. Определите, используя рисунок 106, плотность вещества цилиндра. Штрихами обозначен уровень воды в мензурке до погружения цилиндра.

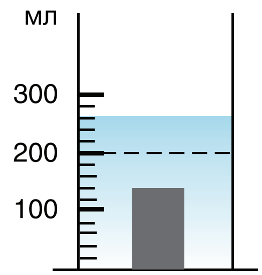


Рис. 106

§ 17. Второй закон Ньютона — основной закон динамики

Первый закон Ньютона отвечает на вопрос: «Как ведет себя тело, если на него действуют силы, которые компенсируют друг друга?» А что будет с телом, если силы не скомпенсированы? На этот вопрос дает ответ второй закон Ньютона.

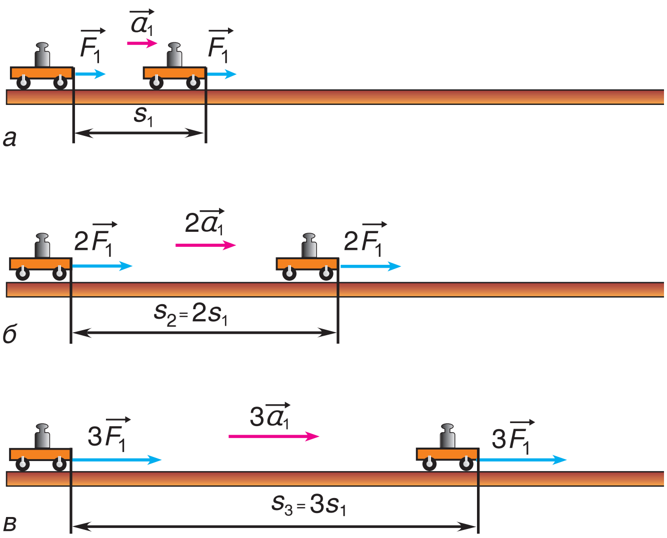


Рис. 107

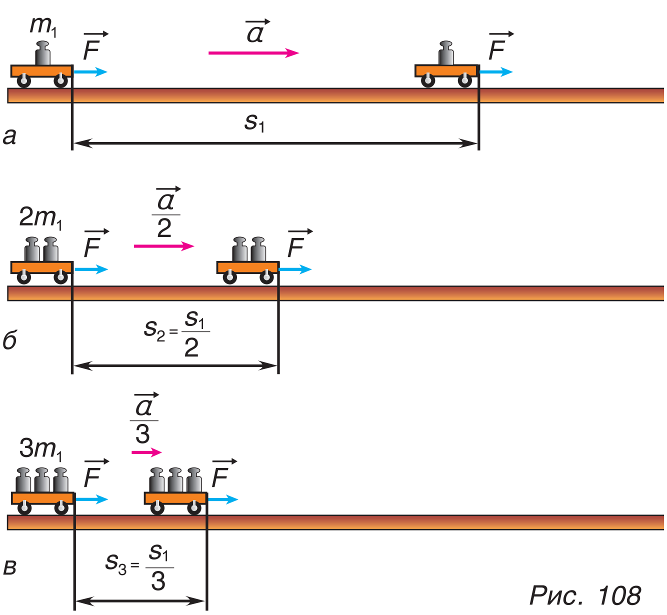


Рис. 108

Рассмотрим опыт. Приложим силу $\vec{F}_1$ к тележке, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности (рис. 107, *а*). Кроме силы $\vec{F}_1$, на тележку действуют сила тяжести и реакция опоры (на рисунке они не показаны), которые компенсируют друг друга. Силой трения качения можно пренебречь. Поэтому сила $\vec{F}_1$ равна результирующей всех сил, приложенных к тележке. Под действием силы $\vec{F}_1$ тележка приобретает ускорение $\vec{a}_1$.

Ускорение тележки будем определять по формуле $a = \frac{2s}{t^2}$, пройденный путь s измерять рулеткой, время t — секундомером, силу F — динамометром. Как связано ускорение с приложенной к тележке результирующей силой?

Увеличим силу в два раза ($\vec{F}_2 = 2\vec{F}_1$) (рис. 107, *б*). За такое же время t тележка пройдет путь, в 2 раза больший: $s_2 = 2s_1$. Значит, $a_2 = 2a_1$, т. е. в два раза бо́льшая сила сообщает телу в два раза большее ускорение. Продолжив опыты, получим, что при увеличении результирующей силы в 3, 4, ... раза модуль ускорения a увеличится тоже в 3, 4, ... раза. Сделаем вывод.

Ускорение тела прямо пропорционально результирующей всех сил, приложенных к нему:

$$\vec{a} \sim \vec{F}. \qquad (1)$$

А как зависит ускорение от **массы** тела? Будем теперь силу $\vec{F}$ прикладывать к телам разных масс (рис. 108, *а*, *б*, *в*). Под действием одной и той же силы тело в 2 раза большей массы приобретет в 2 раза меньшее ускорение. Ускоряя тела в 3, 4, ... раза большей массы, мы увидим, что модуль ускорения в 3, 4, ... раза уменьшится.

Модули ускорений, приобретаемых телами под действием одинаковых сил, обратно пропорциональны массам этих тел:

$$a \sim \frac{1}{m}. \qquad (2)$$

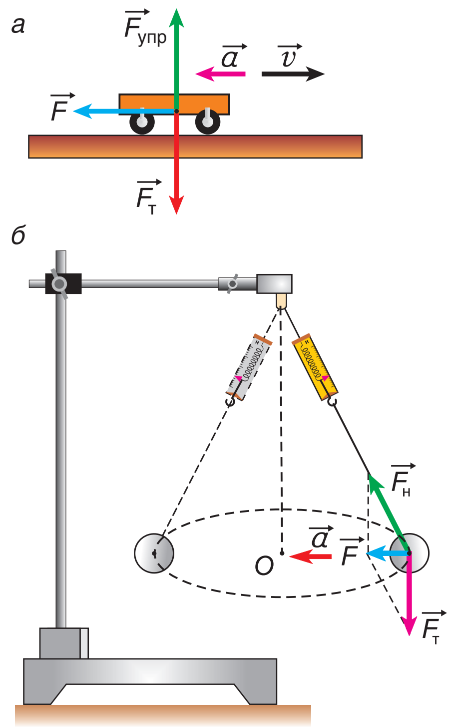


Рис. 109

А как направлено ускорение? В нашем опыте направления ускорения $\vec{a}$ и силы $\vec{F}$ совпадали (рис. 108). Рассмотрим еще два примера.

1. К тележке приложили силу $\vec{F}$, направленную против ее скорости $\vec{v}$ (рис. 109, *а*). Скорость тележки будет уменьшаться, и ее ускорение $\vec{a}$ будет направлено противоположно скорости, но так же, как и результирующая сила $\vec{F}$.

2. Шарик, подвешенный на нити, движется по окружности (рис. 109, *б*). Ускорение шарика направлено к ее центру O. Опыт показывает, что и в этом случае направления ускорения $\vec{a}$ и результирующей $\vec{F}$ всех сил, приложенных к телу (силы тяжести $\vec{F}_т$ и силы натяжения нити $\vec{F}_н$), совпадают.

В итоге приходим к выводу.

Ускорение тела прямо пропорционально результирующей всех сил, приложенных к нему, обратно пропорционально массе тела и направлено так же, как результирующая сила:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}. \qquad (3)$$

Это основной закон динамики — **второй закон Ньютона**. Из формулы (3) следует, что направления ускорения $\vec{a}$ и результирующей силы $\vec{F}$ совпадают.

Запишем второй закон Ньютона в виде:

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}. \qquad (4)$$

В соответствии с формулой (4) определяется единица силы в СИ — ньютон (Н).

1 Н — сила, под действием которой тело массой 1 кг приобретает ускорение 1 $\frac{м}{с^2}$.

В каких системах отсчета выполняется второй закон Ньютона? В § 15 мы выяснили, что если система неинерциальна, то при результирующей $\vec{F} = \vec{0}$ ускорение тела $\vec{a} \neq \vec{0}$. Но согласно второму закону Ньютона при $\vec{F} = \vec{0}$ ускорение $\vec{a}$ должно быть равно нулю. Значит, *второй закон Ньютона выполняется только в инерциальных системах отсчета*.

А как применять формулу (4), если тело нельзя рассматривать как материальную точку? В таких случаях под ускорением $\vec{a}$ следует понимать ускорение точки, называемой *центром тяжести* этого тела. Понятие «центр тяжести» мы рассмотрим в следующем разделе.

Главные выводы

1. Ускорение тела прямо пропорционально результирующей всех сил, действующих на него, и обратно пропорционально массе тела.
2. Ускорение тела направлено так же, как результирующая всех приложенных к нему сил.
3. Единица силы в СИ — 1 ньютон. Это сила, под действием которой тело массой 1 кг движется с ускорением 1 $\frac{м}{с^2}$.
4. Второй закон Ньютона выполняется только в инерциальных системах отсчета.

Контрольные вопросы

1. Как направлено ускорение по отношению к силам, действующим на тело?
2. Как найти модуль ускорения, если на тело действует несколько сил?
3. Куда направлена результирующая приложенных к телу сил, если оно движется по окружности с постоянным модулем скорости?
4. Как определяется единица силы в СИ? Как это согласуется с определением силы 1 Н, которое вы изучали в 7-м классе?

Примеры решения задач

1. Сани массой $m = 120$ кг тянут по горизонтальному участку пути, прикладывая силу $\vec{F}$ под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Модуль силы $F = 400$ Н. Модуль силы трения скольжения $F_{тр} = 100$ Н. Определите ускорение саней. Примите $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

Дано:	Решение
$m = 120$ кг $F = 400$ Н $\alpha = 45°$ $F_{тр} = 100$ Н	Сделаем рисунок к задаче (рис. 110).
a — ?	

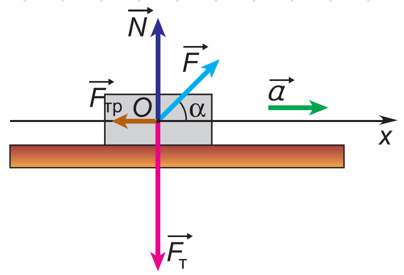


Рис. 110

К саням приложены четыре силы: сила тяжести $\vec{F}_т$, сила реакции опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила $\vec{F}$. По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + \vec{N}. \qquad (1)$$

В проекции на ось Ox уравнение (1) примет вид:

$$ma_x = F_x + F_{т\,x} + F_{тр\,x} + N_x, \qquad (2)$$

где $a_x = a$, $F_x = F\cos\alpha$, $F_{т\,x} = 0$, $F_{тр\,x} = -F_{тр}$, $N_x = 0$.

Тогда из уравнения (2) следует:

$$ma = F\cos\alpha - F_{тр};$$

$$a = \frac{F\cos\alpha - F_{тр}}{m} = \frac{400\ Н \cdot 0{,}71 - 100\ Н}{120\ кг} = 1{,}53\ \frac{м}{с^2}.$$

Ответ: $a = 1{,}53\ \frac{м}{с^2}$.

2. Два цилиндра — стальной и алюминиевый — одинакового объема подвешены к концам нити, перекинутой через неподвижный блок. Какой путь пройдет каждый цилиндр за время $t = 0{,}50$ с? Силами сопротивления пренебречь. Блок считать невесомым, нить — невесомой и нерастяжимой. Принять $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

Примеры решения задач

Дано:

$V_1 = V_2$

$t = 0{,}50$ с

$g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$

$\rho_{\text{ст}} = 7{,}8\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

$\rho_{\text{ал}} = 2{,}7\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

s — ?

Решение

Сделаем рисунок к данной задаче (рис. 111).

На каждую гирю действуют сила тяжести $\vec{F}_{\text{т}}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{н}}$.

Согласно второму закону Ньютона:

$$m_{\text{ст}}\vec{a}_1 = \vec{F}_{\text{т}1} + \vec{F}_{\text{н}1}; \qquad (1)$$

$$m_{\text{ал}}\vec{a}_2 = \vec{F}_{\text{т}2} + \vec{F}_{\text{н}2}. \qquad (2)$$

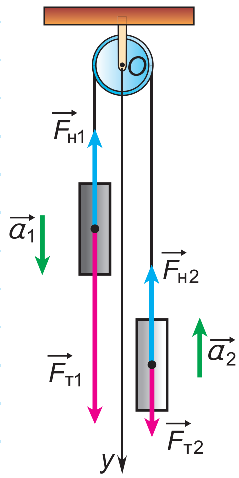


Рис. 111

Модули сил тяжести $F_{\text{т}} = mg$, где m — масса груза. Так как нить нерастяжима, $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$. Так как блок и нити невесомы, $|\vec{F}_{\text{н}1}| = |\vec{F}_{\text{н}2}| = F_{\text{н}}$. Запишем уравнения (1) и (2) в проекции на вертикальную ось Oy (см. рис. 111):

$$m_{\text{ст}}a = m_{\text{ст}}g - F_{\text{н}}; \qquad (3)$$

$$-m_{\text{ал}}a = m_{\text{ал}}g - F_{\text{н}}. \qquad (4)$$

Вычтем из уравнения (3) уравнение (4), получим:

$$(m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}) \cdot a = (m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}) \cdot g.$$

Отсюда

$$a = \frac{(m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}) \cdot g}{m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}}.$$

Массы цилиндров:

$$m_{\text{ст}} = \rho_{\text{ст}} \cdot V; \quad m_{\text{ал}} = \rho_{\text{ал}} \cdot V.$$

Тогда

$$a = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}}) \cdot g}{\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}}}.$$

Путь, пройденный каждым из цилиндров:

$$s = \frac{at^2}{2};$$

$$s = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}}) \cdot g \cdot t^2}{2(\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}})} = \frac{5{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0{,}25\ \text{с}^2}{10{,}5\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 2} = 0{,}61\ \text{м}.$$

Ответ: $s = 0{,}61$ м.

Упражнение 13

1. На каком физическом явлении основано стряхивание снега с шапки?

2. Тело массой $m = 6{,}0$ кг перемещают по гладкой горизонтальной поверхности, действуя горизонтальной силой, модуль которой $F = 4{,}2$ Н. Определите ускорение тела.

3. Ведро с песком массой $m = 20$ кг поднимают вверх с ускорением $a = 2{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, действуя на него вертикально вверх силой $\vec{F}$. Определите модуль силы F. Коэффициент g здесь и в последующих задачах принять равным $10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

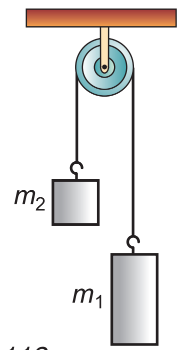


Рис. 112

4. Две гири массами $m_1 = 2{,}0$ кг и $m_2 = 1{,}0$ кг подвешены на концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый неподвижный блок (рис. 112). Каждая гиря прошла путь $s = 0{,}80$ м. Определите ускорения гирь и их скорости в конце пути.

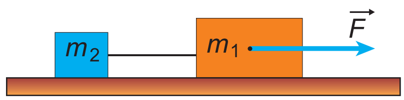


Рис. 113

5. Два груза массами $m_1 = 400$ г и $m_2 = 200$ г связаны невесомой нерастяжимой нитью (рис. 113), рассчитанной на предельную нагрузку $F_{max} = 8{,}20$ Н. Определите максимальную силу $\vec{F}$, с которой можно тянуть груз массой m_1 по гладкой горизонтальной поверхности, чтобы нить не порвалась.

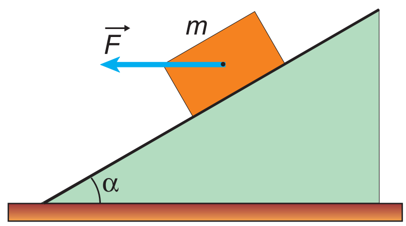


Рис. 114

6. На гладкой наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ (рис. 114) находится брусок массой $m = 5{,}0$ кг, на который действует горизонтальная сила, модуль которой $F = 15$ Н. Определите ускорение тела и силу давления тела на плоскость.

§ 18. Третий закон Ньютона. Принцип относительности Галилея

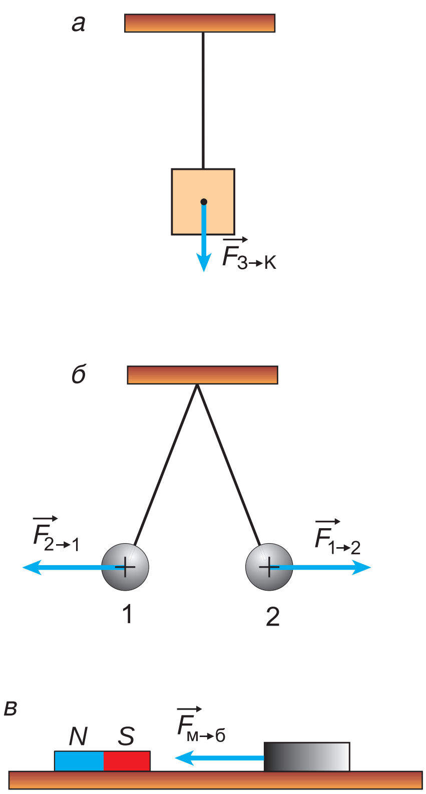


Рис. 115

Второй закон Ньютона объясняет, какое ускорение возникает при движении тела, на которое действуют другие тела. А действует ли при этом данное тело на эти тела?

Рассмотрим несколько примеров.

Земля притягивает кубик силой $\vec{F}_{З\to к}$ (рис. 115, *а*). Заряженный шар 1 отталкивает такой же заряженный шар 2 силой $\vec{F}_{1\to 2}$ (рис. 115, *б*). Магнит притягивает железный брусок силой $\vec{F}_{м\to б}$ (рис. 115, *в*). Действует ли при этом кубик на Землю? Заряженный шар 2 на заряженный шар 1? Железный брусок на магнит? Если действует, то с какой силой?

Ответ очевиден лишь для случая, представленного на рисунке 115, *б*. Заряженные шары 1 и 2 «равноправны». Модули сил $\vec{F}_{1\to 2}$ и $\vec{F}_{2\to 1}$ равны, а их направления противоположны, т. е. $\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$. А если тела отличаются друг от друга (рис. 115, *в*)?

Проведем опыт. Поместим магнит на тележку 1, а железный брусок — на тележку 2 (рис. 116).

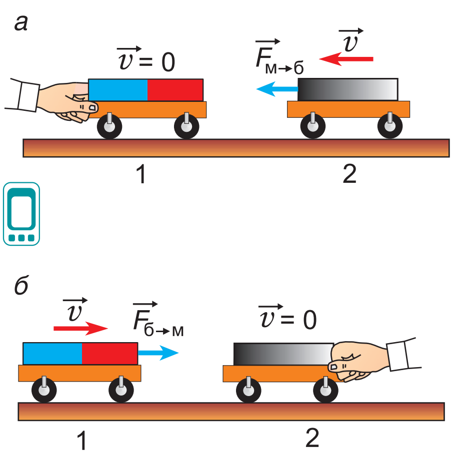


Рис. 116

Будем удерживать тележку 1 с магнитом. Тележка 2 с бруском (рис. 116, *а*) поедет в сторону магнита. Удержим теперь тележку 2 (рис. 116, *б*), а тележку 1 с магнитом отпустим. Тележка с магнитом поедет в сторону бруска. Значит, и железный брусок притягивает к себе магнит.

Одинаковы ли модули сил, с которыми магнит и брусок притягивают друг друга? Это можно выяснить с помощью опытов. Равенство показаний динамометров (рис. 117) говорит о том, что модули этих сил равны: $F_{м\to б} = F_{б\to м}$.

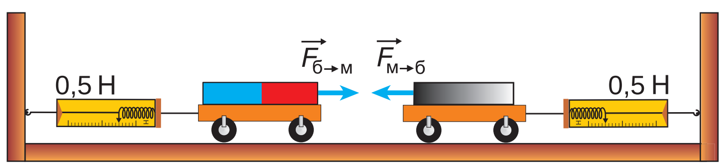


Рис. 117

Результаты данных опытов не случайны. Механическое действие тел друг на друга **всегда взаимно**. Одностороннего действия не бывает. Существует лишь *взаимодействие*. При этом **силы, с которыми тела действуют друг на друга, имеют равные модули, противоположные направления и лежат на одной прямой:**

$$\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}}.$$

Это утверждение носит название **третьего закона Ньютона**. Он выполняется для тел любых масс, размеров, формы и состава вещества.

Что еще надо знать о силах взаимодействия?

Силы взаимодействия приложены к разным телам ($\vec{F}_{1\to 2}$ — к шару 2, $\vec{F}_{2\to 1}$ — к шару 1) (см. рис. 115, *б*). Поэтому они не могут компенсировать (уравновесить) друг друга.

Силы взаимодействия всегда имеют одну и ту же природу (например, обе являются электрическими силами или обе — гравитационными и т. д.).

Если одновременно взаимодействует несколько тел (рис. 118), то равенство $\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$ выполняется для каждой пары тел.

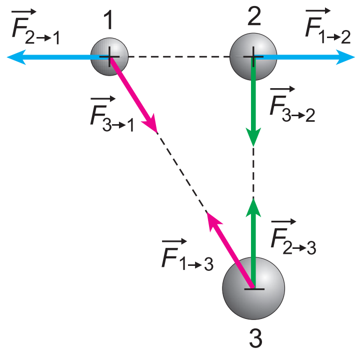


Рис. 118

Третий закон Ньютона объясняет многие явления повседневной жизни. Так, для прыжка вверх (рис. 119) спортсмен отталкивает опору силой $\vec{F}_{с\to о}$, направленной вниз. Ответная (противодействующая) сила $\vec{F}_{о\to с}$ придает прыгуну направленное вверх ускорение.

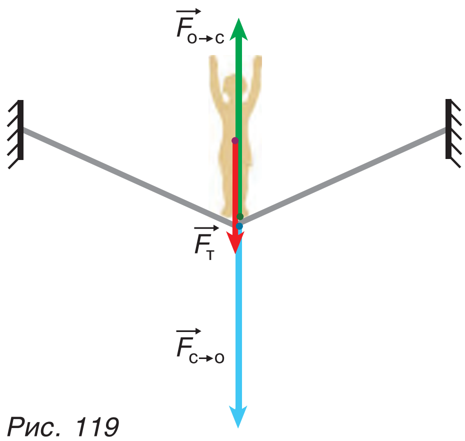


Рис. 119

Человек при ходьбе, автомобиль при движении отталкиваются от дорожного покрытия. В ответ на это дорожное покрытие действует на них с силой, имеющей горизонтальную составляющую, направленную вперед. Лодка (рис. 120), корабль отталкиваются от воды, самолет — от воздуха (или от реактивной струи).

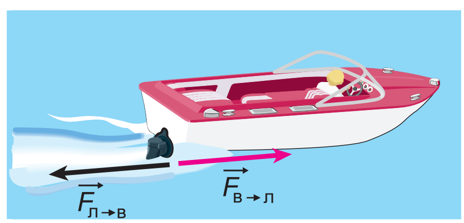


Рис. 120

Мы рассмотрели законы Ньютона — основные законы механики.

Рассмотрим еще одно важное положение механики — **принцип относительности Галилея**.

В § 15 мы познакомились с понятиями «инерциальная система отсчета» и «неинерциальная система отсчета». Мы узнали, что если на тело не действуют силы (или действуют, но компенсируют друг друга), то:

- относительно инерциальных систем это тело покоится или движется равномерно и прямолинейно;
- относительно неинерциальных — движется с ускорением (см. опыт на рис. 102, с. 69).

Значит, в инерциальных и неинерциальных системах механические явления происходят по-разному. Эти системы «неравноправны». А равноправны ли между собой инерциальные системы?

Опыты показывают, что относительно поезда, самолета, автобуса и т. д., имеющих в системе отсчета «Земля» постоянную скорость, любое тело ведет себя точно так же, как и относительно Земли.

На основе опытов был сделан вывод: **во всех инерциальных системах отсчета механические явления при одинаковых условиях происходят одинаково.**

Данное утверждение выражает равноправие всех инерциальных систем в механике. Оно носит название **«принцип относительности Галилея».**

Этот принцип можно сформулировать и иначе: «Никакими механическими опытами, проводимыми внутри любой инерциальной системы, нельзя установить, покоится она или движется».

Главные выводы

1. Действие тел друг на друга всегда взаимно.
2. Силы взаимодействия двух тел имеют равные модули, направлены по одной прямой в противоположные стороны и имеют одинаковую природу (третий закон Ньютона).
3. Силы взаимодействия двух тел не компенсируют друг друга, так как они приложены к разным телам.
4. Во всех инерциальных системах все механические явления при одинаковых условиях происходят одинаковым образом (принцип относительности Галилея).

Контрольные вопросы

1. Что общего у сил, с которыми два тела действуют друг на друга? Чем они отличаются?
2. Могут ли силы взаимодействия компенсировать друг друга? Почему?
3. В чем состоит принцип относительности Галилея?

Упражнение 14

Рис. 121

1. Гиря находится на куске поролона (рис. 121). Изобразите силы взаимодействия этих тел друг с другом. Как направлены эти силы? К чему они приложены?

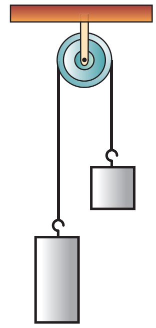


Рис. 122

2. На нити, перекинутой через неподвижный блок, висят два груза (рис. 122). Определите и изобразите силы, действующие на блок, на нить и на каждый из грузов. Укажите, какие из этих сил связаны между собой третьим законом Ньютона.

3. Почему на льду трудно разогнаться без коньков, но легко — на коньках?

4. Почему при сильном ударе по футбольному мячу вы ощущаете боль?

Рис. 123

5. Чтобы удержать сумку с продуктами, человек (рис. 123) прикладывает силу $F = 50$ Н. Найдите и изобразите силу реакции руки. Укажите: а) ее модуль; б) ее направление; в) на какое тело она действует.

6. Две команды на уроке физкультуры перетягивают канат (рис. 124). По третьему закону Ньютона команды действуют друг на друга с силами, имеющими равные модули и противоположные направления. Тем не менее одна из команд побеждает. Как объяснить результат победы с точки зрения физики?

Рис. 124

§ 19. Деформация тел. Сила упругости. Закон Гука

а

б

в

г

Рис. 125

До сих пор мы рассматривали модель абсолютно твердого тела. Размеры и форма тела в процессе его движения и взаимодействия не изменялись. Однако в ряде явлений происходит **деформация тела, т. е. изменение его размеров, формы**. Какими закономерностями описываются деформации?

Деформация происходит в результате перемещения одних частей тела относительно других. На рисунке 125, *а, б, в, г* на модели показаны различные виды деформаций: сжатие, сдвиг, изгиб, кручение.

При *сжатии* (рис. 125, *а*) и *растяжении* изменяются расстояния между слоями. При *сдвиге* (рис. 125, *б*) слои смещаются относительно друг друга. Деформация *изгиба* (рис. 125, *в*) является комбинацией сжатия и растяжения. При деформации *кручения* (рис. 125, *г*) слои поворачиваются относительно друг друга.

Деформации возникают под действием приложенных к телу сил (рис. 125). Что будет, если действие сил прекратится?

Проведем опыт. Изогнем ластик (рис. 126, *а*). Он деформируется. Прекратим воздействие. Деформация исчезнет.

Если размеры и форма тела полностью восстанавливаются после прекращения действия силы, то деформацию называют ***упругой***.

Деформируем теперь кусок пластилина (рис. 126, *б*). После прекращения действия силы его форма не восстановилась. Такую деформацию называют ***неупругой*** или ***пластической***.

Пластической деформации подвергают металл при прокатке, ковке (рис. 127), штамповке и т. д.

а

б

Рис. 126

Рис. 127

Характер деформации зависит не только от вещества, из которого состоит тело, но и от того, насколько велика внешняя сила, как долго она действует, а также от температуры тела. Например, если железную пластину немного изогнуть и отпустить, она восстановит свою форму. Однако если ее закрепить в деформированном состоянии на длительное время, то после снятия внешней силы восстановление будет неполным.

Если же тело нагрето до высокой температуры, то деформация будет пластической даже под действием кратковременной силы (рис. 127).

Рассмотрим подробнее наиболее простую деформацию: упругое растяжение. Как величина деформации тела зависит от приложенной к нему силы?

Проведем опыт. Закрепим один конец резинового шнура, а к другому подвесим груз (рис. 128). Под действием деформирующей силы $\vec{F}_{деф} = \vec{P}_1$ (веса груза) шнур растянется. Его длина станет больше начальной на величину Δl_1. Будем увеличивать деформирующую силу, подвешивая два, три и т. д. одинаковых груза: $F_{деф} = 2P_1, 3P_1, \dots$.

Удлинение шнура Δl возрастает во столько же раз.

Проведем аналогичные опыты с пружиной (рис. 129). Ее можно как растягивать, так и сжимать. Результаты будут аналогичны: *при упругих деформациях сжатия и растяжения изменение длины тела прямо пропорционально деформирующей силе:*

$$|\Delta l| \sim F_{деф}. \qquad (1)$$

Как при растяжении шнура, так и при сжатии пружины в ответ на действие деформирующей силы $\vec{F}_{деф}$ возникала противодействующая ей *сила упругости* $\vec{F}_{упр}$ (рис. 128 и 129).

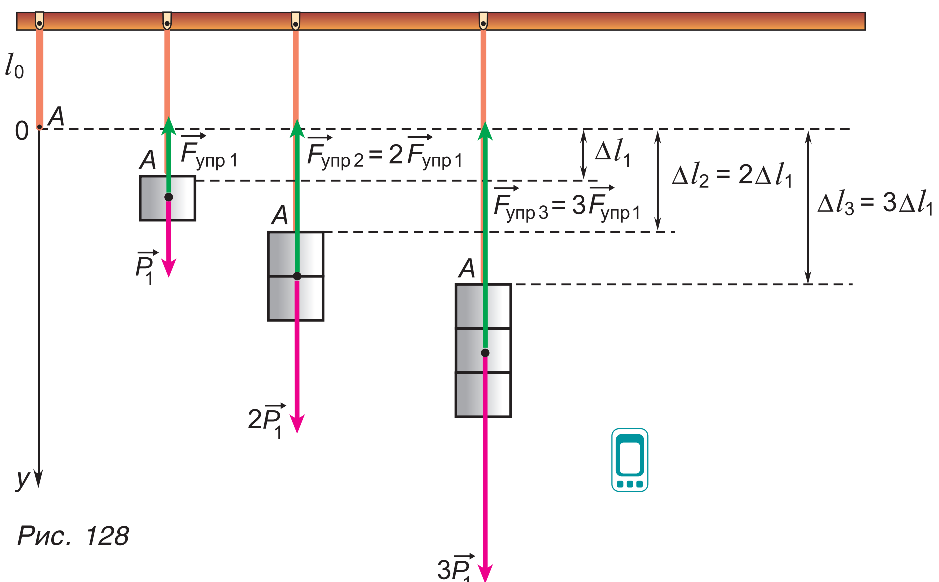


Рис. 128

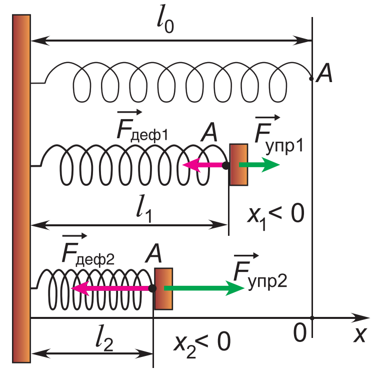


Рис. 129

К чему приложена упругая сила? Куда она направлена? Каким закономерностям она подчиняется? Какова ее природа?

Рисунки 128 и 129 показывают: **сила упругости приложена к телу, которое вызвало деформацию.**

Согласно третьему закону Ньютона

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}_{\text{деф}}. \tag{2}$$

Сила упругости направлена противоположно деформирующей силе, а их модули равны.

Из формул (1) и (2) следует:

$$\boxed{F_{\text{упр}} = k|\Delta l|}, \tag{3}$$

где k — постоянный коэффициент. Значит, **при упругих деформациях сжатия и растяжения модуль силы упругости прямо пропорционален изменению длины тела.**

Это — ***закон Гука*** (установлен английским ученым Робертом Гуком в 1660 г.).

Коэффициент пропорциональности $k = \frac{F_{\text{упр}}}{|\Delta l|}$ называется **жесткостью** тела.

Жесткость тела численно равна модулю силы упругости, возникающей при удлинении (или сжатии) тела на единицу длины.

Единица жесткости в СИ — 1 *ньютон на метр* $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$.

Для любознательных

Жесткость тела зависит от материала, из которого оно изготовлено, от формы и размеров тела, от его температуры. Жесткость тела постоянного поперечного сечения (шнура, проволоки и т. д.) прямо пропорциональна площади сечения и обратно пропорциональна длине тела.

Из рисунков 128 и 129 видно, что и при растяжении, и при сжатии сила упругости направлена противоположно перемещению точки приложения деформирующей силы (точки A). С учетом этого закон Гука записывают в следующем виде:

$$\boxed{F_{\text{упр}\,x} = -kx}, \tag{4}$$

где $F_{\text{упр}\,x}$ — проекция силы упругости на ось Ox, а x — координата точки A. Начало координат на оси Ox выбрано так, чтобы при $x = 0$ деформация отсутствовала.

На рисунке 130, *а*, *б* представлены графики зависимости силы упругости от деформации Δl и от x. Прямолинейность графиков выражает прямую пропорциональную зависимость силы упругости от $|\Delta l|$ и от x.

Не забывайте, что закон Гука, а значит, и формулы (3), (4) выполняются только для упругих деформаций!

Все окружающие нас тела в той или иной степени деформированы. Хотя эти деформации чаще всего незаметны, связанные с ними силы упругости не малы. Например, сила упругости полки уравновешивает силу тяжести книги (рис. 131), сила упругости рельсов — силу тяжести поезда и т. д. Силу упругости, возникающую в ответ на действие тела на опору, называют *силой реакции опоры.* Силу упругости растянутой нити, веревки, троса и т. д. — *силой натяжения.*

Почему при деформации возникают силы упругости? Какова их природа?

Из 7-го класса вам известно, что тела состоят из молекул, которые взаимодействуют друг с другом, и что силы взаимодействия имеют электромагнитное происхождение. Свойства этих сил таковы, что на определенном расстоянии r_0 между молекулами сила их взаимодействия обращается в нуль, при $r < r_0$ молекулы отталкивают друг друга, а при $r > r_0$ — притягивают.

Поэтому при сжатии тела силы взаимодействия молекул препятствуют его сжатию, а при растяжении — растяжению.

Силы упругости возникают из-за взаимодействия молекул между собой и имеют электромагнитную природу.

И упругие, и пластические свойства тел определяются тем, из каких молекул тела состоят и как расположены молекулы по отношению друг к другу. На рисунке 132 изображены кристаллические решетки алмаза и графита (разновидностей углерода). Различное расположение одних и тех же атомов углерода приводит к резким отличиям свойств данных веществ.

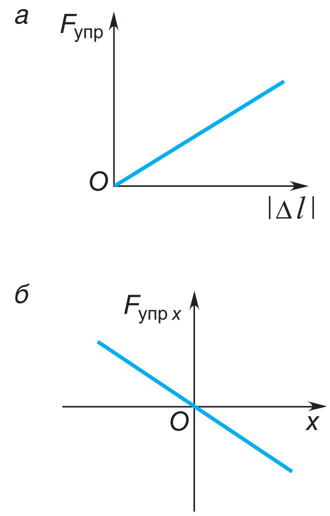


Рис. 130

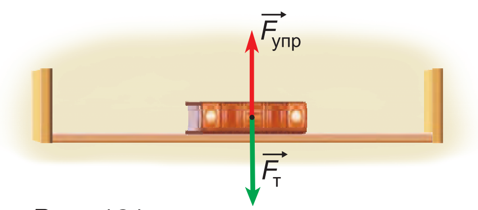


Рис. 131

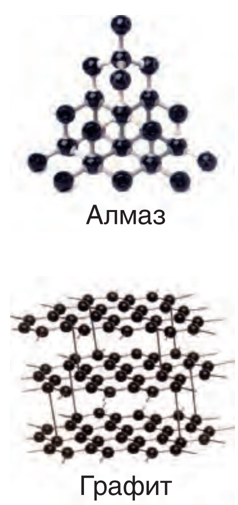


Рис. 132

Главные выводы

1. Изменение размеров или формы тела называется деформацией.
2. Если после прекращения действия внешних сил размеры и форма тела полностью восстанавливаются, то деформация называется упругой. Если восстанавливаются не полностью, то — пластической.
3. Силы упругости направлены противоположно деформирующим силам.
4. При упругих деформациях сжатия и растяжения модуль силы упругости прямо пропорционален модулю изменения длины тела: $F_{\text{упр}} = k|\Delta l|$.

Контрольные вопросы

1. При каких условиях возникает деформация тела? Каковы виды деформаций?
2. Что такое упругая деформация? Пластическая деформация?
3. Когда возникают силы упругости? Как они направлены?
4. Какова природа сил упругости?
5. Что утверждает закон Гука? При каких условиях он выполняется?
6. Что такое жесткость тела?
7. Будет ли зависимость силы упругости от удлинения тела линейной при любых значениях Δl?

Пример решения задачи

Под действием пружинного динамометра железный кубик с длиной ребра $l = 10$ см движется по гладкой горизонтальной поверхности с постоянным ускорением, модуль которого $a = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Определите удлинение пружины динамометра жесткостью $k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Дано:

$l = 10$ см $= 0{,}10$ м

$a = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$k = 100\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$\rho_{\text{ж}} = 7800\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Δl — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 133).

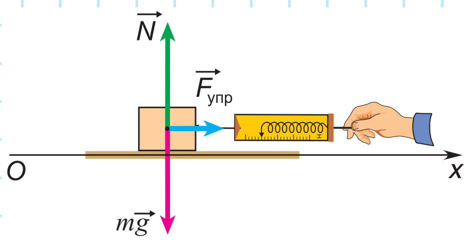


Рис. 133

По условию задачи на кубик действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции $\vec{N}$ и сила упругости пружины динамометра $\vec{F}_{\text{упр}}$. Трение отсутствует. По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}}. \qquad (1)$$

В проекции на ось Ox:

$$ma = F_{упр}. \quad (2)$$

Масса кубика $m = \rho_ж V$, где объем кубика $V = l^3$. Тогда

$$m = \rho_ж l^3. \quad (3)$$

Модуль силы упругости пружины динамометра по закону Гука:

$$F_{упр} = k|\Delta l|. \quad (4)$$

Подставив выражения (3) и (4) в выражение (2), получим:

$$\rho_ж l^3 a = k|\Delta l|.$$

Отсюда $|\Delta l| = \dfrac{\rho_ж l^3 a}{k} = \dfrac{7800\ \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}0010\ м^3 \cdot 0{,}10\ \frac{м}{с^2}}{100\ \frac{Н}{м}} = 0{,}0078\ м = 7{,}8\ мм.$

Ответ: $\Delta l = 7{,}8$ мм.

Упражнение 15

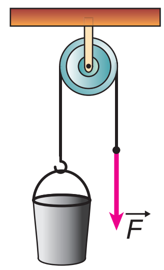


Рис. 134

1. Ведро с песком массой $m = 15{,}0$ кг равномерно поднимают с помощью веревки и неподвижного блока (рис. 134). Определите модуль силы натяжения веревки. Массой блока, веревки и трением пренебречь. В этой и последующих задачах $g = 10\ \frac{Н}{кг}$.

2. Определите модуль силы натяжения веревки, если ведро массой $m = 15{,}0$ кг поднимают с ускорением, модуль которого $a = 1{,}60\ \frac{м}{с^2}$ (рис. 134).

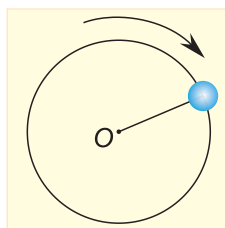


Рис. 135

3. По гладкой горизонтальной поверхности по окружности радиусом $R = 30$ см движется шарик массой $m = 200$ г, удерживаемый нитью (рис. 135). Период обращения шарика $T = 3{,}14$ с. Определите удлинение нити, если ее жесткость $k = 60\ \frac{Н}{м}$.

4. На рисунке 136 представлены графики зависимости модулей силы упругости от абсолютного удлинения для двух пружин. Во сколько раз отличаются жесткости пружин?

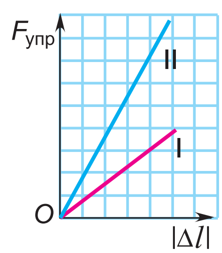


Рис. 136

5. Пружина имеет жесткость $k = 150\ \frac{Н}{м}$. Какой будет жесткость системы из двух таких пружин, соединенных: а) последовательно; б) параллельно?

§ 20. Силы трения. Силы сопротивления среды

Согласно первому закону Ньютона для движения с постоянной скоростью силы не нужны. Почему же движущиеся санки, лодка, шайба и т. д. останавливаются, если мы перестаем действовать на них силой? Какие силы препятствуют их движению?

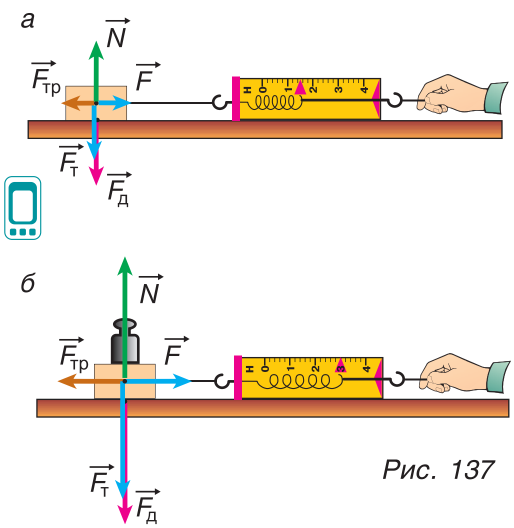


Рис. 137

Санки и шайбу останавливает *сила трения скольжения*, лодку — *сила сопротивления среды*.

Рассмотрим силу трения скольжения. Она возникает при перемещении одного тела по поверхности другого.

Проведем опыт. С помощью динамометра будем перемещать деревянный брусок по поверхности стола (рис. 137, *а*). На брусок действуют сила тяжести $\vec{F}_т$; сила реакции опоры $\vec{N}$, компенсирующая силу тяжести, сила упругости пружины динамометра $\vec{F}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$. При равномерном перемещении бруска модули сил $F_{тр}$ и F равны.

С помощью гири увеличим силу давления $\vec{F}_д$ бруска на стол (рис. 137, *б*). Сила трения тоже возрастает. При увеличении силы давления в 2, 3, 4, ... раза показания динамометра F увеличиваются также в 2, 3, 4, ... раза. Значит, **модуль силы трения скольжения прямо пропорционален модулю силы давления тела на опору:**

$$\boxed{F_{тр} = \mu F_д}, \qquad (1)$$

где μ — *коэффициент трения скольжения*. Он зависит от свойств соприкасающихся поверхностей, от их шероховатости, от наличия примесей и загрязнений.

Приведем приближенные значения коэффициентов трения для некоторых материалов (табл. 2).

Таблица 2. Коэффициенты трения скольжения

Материалы	Коэффициент трения	Материалы	Коэффициент трения
Сталь по льду	0,02	Дерево по дереву	0,3—0,5
Лед по льду	0,03	Резина по мокрому асфальту	0,4
Резина по льду	0,15	Резина по сухому асфальту	0,7

Сила давления $\vec{F}_д$ действует со стороны бруска на стол, а сила $\vec{N}$ — со стороны стола на брусок. Направления этих сил противоположны (рис. 137), а их модули, по третьему закону Ньютона, равны ($F_д = N$). Поэтому вместо формулы (1) часто используют формулу

$$\boxed{F_{тр} = \mu N}. \qquad (2)$$

Так как сила $\vec{N}$ направлена по нормали к поверхности опоры, ее следует называть *нормальной реакцией опоры*.

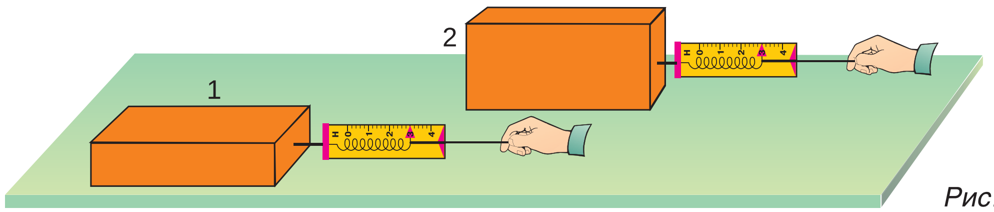


Рис. 138

Зависит ли сила трения скольжения от площади соприкосновения тел? Сравним силу трения при двух положениях 1 и 2 бруска (рис. 138). Хотя площадь контакта бруска с доской в положении 2 меньше, показания динамометра почти не изменились. Значит, **сила трения практически не зависит от площади соприкосновения тел.**

Куда направлена сила трения скольжения?

Опыты, показанные на рисунке 137, свидетельствуют, что **сила трения скольжения направлена противоположно скорости движения тела относительно опоры.**

Для любознательных

Отметим, что коэффициент трения скольжения μ незначительно зависит от скорости движения тела относительно опоры $v_{отн}$ (рис. 139). При решении задач, как правило, принимают $\mu = \text{const}$.

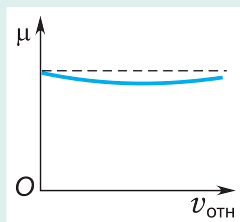


Рис. 139

А может ли сила трения действовать на неподвижное тело? Рассмотрим пример. Шкаф стоит на горизонтальном полу (рис. 140). На него действуют две силы: сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Они уравновешивают друг друга. Сила трения равна нулю.

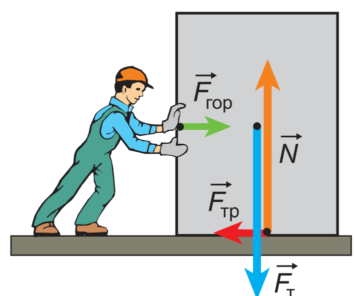


Рис. 140

Приложим к шкафу внешнюю силу $\vec{F}_{гор}$, параллельную полу. Шкаф по-прежнему в состоянии покоя. Значит, есть сила, компенсирующая силу $\vec{F}_{гор}$. Этой силой является **сила трения покоя** $\vec{F}_{тр\ пок}$.

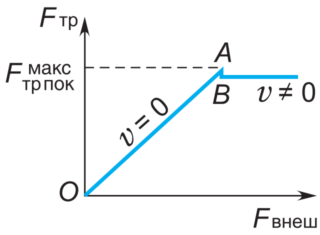


Рис. 141

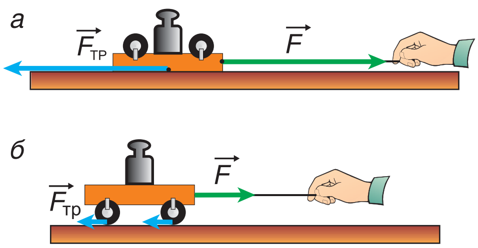


Рис. 142

Рис. 143

При увеличении внешней силы растет и сила трения покоя (рис. 141), пока шкаф не сдвинется с места. В этот момент сила трения покоя достигает своего максимального значения $F^{макс}_{тр\ пок}$. Оно, как показывает опыт, прямо пропорционально модулю силы давления $F_д = N$.

$$F^{макс}_{тр\ пок} = \mu_{пок} F_д = \mu_{пок} N\ . \qquad (3)$$

Коэффициент трения покоя $\mu_{пок}$, как правило, немного больше, чем коэффициент трения скольжения μ (рис. 141). Поэтому тело труднее сдвинуть с места, чем затем его перемещать.

Сила трения покоя направлена противоположно горизонтальной составляющей внешней силы, стремящейся сдвинуть тело. Это следует из условия равновесия $\vec{F}_{тр\ пок} = -\vec{F}_{гор}$ (рис. 140).

А какой будет сила трения при качении тела?

Опыт показывает, что при замене скольжения качением (рис. 142, *а*, *б*) сила трения уменьшается (в десятки раз — для дерева по дереву, почти в 100 раз — для стали по стали и т. д.).

Трение играет очень важную роль в технике и в повседневной жизни. Так, при отсутствии трения любой предмет соскользнул бы с полки при малейшем ее наклоне. И автомобиль, и пешеход не смогли бы ни начать движение, ни остановиться. Поэтому трение часто стремятся увеличить. Обувь и автопокрышки делают рельефными (рис. 143, *а*), дорогу зимой посыпают песком и т. д.

В то же время трение деталей при работе механизмов (валов в подшипниках, шарнирных соединений и т. д.) является вредным. Оно приводит к износу и нагреванию деталей, к потерям энергии. В таких случаях трение стремятся уменьшить. Трущиеся поверхности шлифуют, на них наносят специальные смазки, скольжение заменяют качением (рис. 143, *б*).

Рассмотрим движение тела в жидкости или газе. Здесь тоже есть силы, препятствующие движению. Их называют силами сопротивления. **Силы сопротивления в жидкости и газе возникают только при движении тела и среды друг относительно друга.**

Значит, **сила трения покоя в жидкостях и газах равна нулю.**

Поэтому человек, который не смог бы сдвинуть с места лежащую на берегу лодку, легко приведет ее в движение в воде.

От чего зависит сила сопротивления? Выяснить это можно на опытах, измеряя по показаниям динамометра силу, с которой поток газа или жидкости действует на тело (рис. 144).

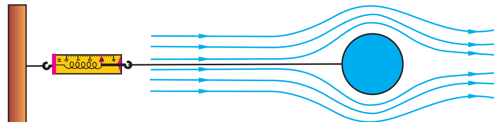


Рис. 144

Опыты показывают, что **сила сопротивления зависит от следующих факторов.**

1. От свойств среды: для данного тела при одной и той же скорости сила сопротивления в воздухе намного меньше, чем в воде, в воде — меньше, чем в сахарном сиропе, и т. д.

2. От размеров тела: сила сопротивления прямо пропорциональна площади их поперечного сечения (рис. 145).

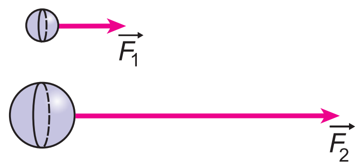


Рис. 145

3. От формы тела: у тел на рисунке 146 одинаковая площадь поперечного сечения, но разная форма. Наибольшую силу сопротивления испытывает вогнутая полусфера, а наименьшую — тело каплевидной (обтекаемой) формы.

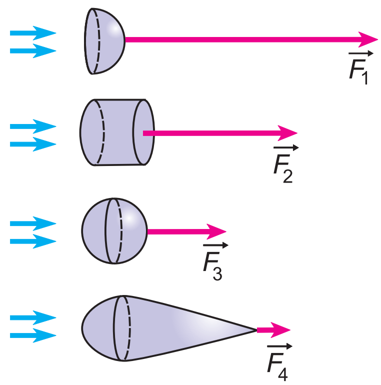


Рис. 146

Обтекаемая форма тела у птиц и рыб сводит до минимума силу сопротивления воздуха или воды и тем самым облегчает их движение. С той же целью обтекаемую форму придают самолетам (рис. 147, *а*), речным и морским судам, подводным лодкам (рис. 147, *б*) и т. д.

Чем обусловлена форма парашюта (рис. 147, *в*)? Объясните самостоятельно.

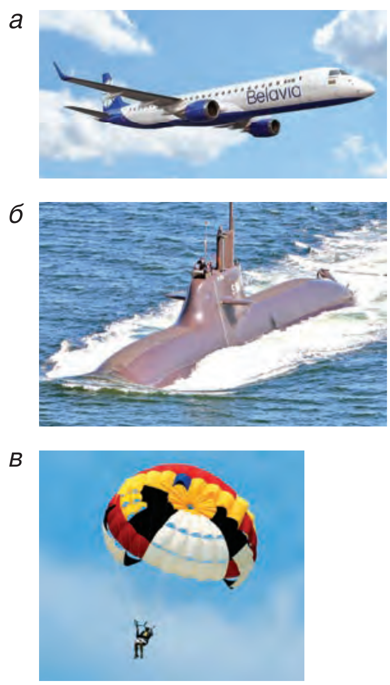


Рис. 147

4. От скорости движения: сила сопротивления возрастает с увеличением скорости движения тела *относительно среды*. При малых скоростях она растет прямо пропорционально модулю скорости, а при больших — квадрату модуля скорости и даже быстрее.

Силы трения и сопротивления среды (как и силы упругости) определяются взаимодействием молекул и, следовательно, имеют электромагнитную природу.

Главные выводы

1. Сила трения скольжения прямо пропорциональна силе давления и направлена против скорости движения тела.
2. Коэффициент трения скольжения зависит от материалов и состояния соприкасающихся поверхностей, но практически не зависит от их площади.
3. Сила трения качения существенно меньше силы трения скольжения.
4. Сила трения покоя возникает при наличии внешней силы, стремящейся вызвать движение тела.
5. Силы сопротивления движению тела в газе или жидкости зависят от свойств среды, размеров и формы тела и от скорости его движения.

Контрольные вопросы

1. Какие виды трения вам известны?
2. От чего зависит сила трения скольжения? Сила трения покоя?
3. От чего зависят силы сопротивления движению тела в жидкости или газе?
4. Какова природа сил трения и сил сопротивления среды?

Пример решения задачи

Автомобиль, имея скорость, модуль которой $v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, тормозит на горизонтальном участке дороги до полной остановки. Коэффициент трения скольжения $\mu = 0{,}30$. Приняв $g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, определите время торможения и тормозной путь.

Дано:

$v_1 = 54\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_2 = 0$

$\mu = 0{,}30$

$g = 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$

t — ?

s — ?

Решение

Изобразим силы, действующие на автомобиль (рис. 148).

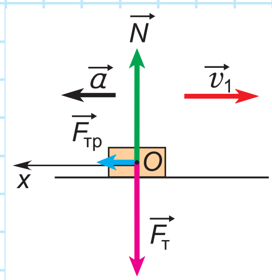


Рис. 148

Сила тяжести $\vec{F}_{\text{т}}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$ компенсируют друг друга. Результирующая всех сил, приложенных к автомобилю, равна силе трения. По второму закону Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}}$. В проекции на ось Ox: $ma = F_{\text{тр}}$.

Поскольку $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu F_{\text{т}} = \mu mg$, модуль ускорения $a = \mu g$. Учитывая, что $a = \frac{v_1}{t}$, получим: $\frac{v_1}{t} = \mu g$, откуда $t = \frac{v_1}{\mu g}$.

Подставив численные значения, находим: $t = \dfrac{15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0{,}30 \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 5{,}0$ с.

Тормозной путь: $s = \dfrac{at^2}{2} = \dfrac{v_1 t^2}{2t} = \dfrac{v_1 t}{2}$; $s = \dfrac{15\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5{,}0\ \text{с}}{2} \approx 38$ м.

Ответ: $t = 5{,}0$ с; $s = 38$ м.

Упражнение 16

1. Почему опасна езда с большой скоростью по мокрой или обледенелой дороге?

2. Почему с наступлением зимы запрещается использование «летних» автошин?

3. Как направлено ускорение, если результирующая всех сил, действующих на движущееся тело, равна силе трения?

4. Тело массой m находилось на горизонтальной поверхности в состоянии покоя. Используя график зависимости силы трения от внешней силы (см. рис. 141 на с. 94), опишите, как будет вести себя тело, если к нему приложат постепенно возрастающую горизонтальную силу F. Как при этом будет изменяться сила трения? Какого максимального значения она достигнет? Почему точка B графика лежит ниже точки A?

5. По данным рисунка 149 найдите коэффициент трения скольжения деревянного бруска по деревянной доске. Движение бруска считайте равномерным.

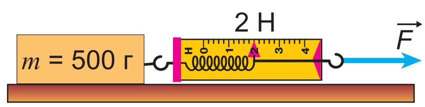


Рис. 149

6. На доске лежит книга массой $m = 0{,}60$ кг. Доску медленно наклоняют. Книга начала скользить по доске, как только угол между доской и горизонтом стал больше, чем $\alpha = 30°$. Определите максимальную силу трения покоя и коэффициент трения покоя. Коэффициент g в данной и последующих задачах принять равным $10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

7. К вертикальной стене прижали кирпич. Модуль прижимающей горизонтальной силы $F = 40$ Н. Определите максимальную массу кирпича, при которой он еще не будет скользить по стене вниз. Коэффициент трения кирпича о стену $\mu = 0{,}5$.

8. Автомобиль тормозит на горизонтальном прямолинейном участке шоссе, снижая свою скорость от $v_1 = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ до $v_2 = 36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите минимальное время торможения автомобиля и его минимальный тормозной путь, если коэффициент трения $\mu = 0{,}50$.

§ 21. Движение тела под действием силы тяжести

Законы падения тел интересовали людей с древних времен. Считалось очевидным, что тяжелые тела падают быстрее легких. А что показывает опыт?

Поместим на дно стеклянной трубки дробинку, кусочек пробки и птичье перышко. Перевернем трубку. Быстрее всех падает дробинка, медленнее всех — перышко (рис. 150, *а*). Означает ли это, что тяжелые тела падают быстрее легких? Не торопитесь с ответом. Откачаем из трубки воздух (рис. 150, *б*) и перевернем ее снова (рис. 150, *в*). Теперь дробинка, пробка и перышко достигают дна одновременно!

Тела падают по-разному не из-за различия масс, а из-за различия действующих на них сил сопротивления воздуха. Такой вывод сделал Галилей еще в XVI в.

Движение тела, на которое действует только сила тяжести, называется свободным падением.

Почему свободно падавшие дробинка, пробка, перышко двигались одинаково?

Найдем ускорение свободного падения $\vec{a}_{св}$ тела массой m. На него действует только сила тяжести $\vec{F}_т$, модуль которой равен mg. По второму закону Ньютона $\vec{a}_{св} = \frac{\vec{F}_т}{m}$. Значит, ускорение всех свободно падающих тел направлено по вертикали вниз, а его модуль

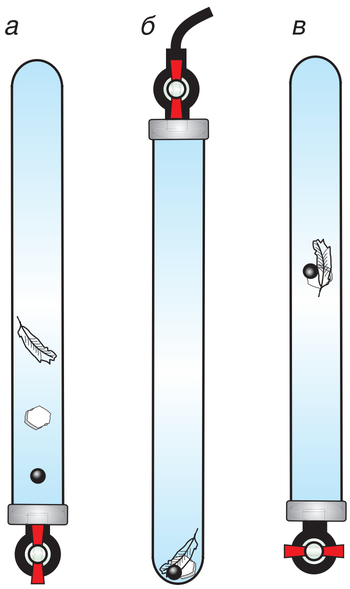


Рис. 150

$$a_{св} = \frac{mg}{m} = g. \qquad (1)$$

Ускорение свободного падения для всех тел (в данном месте) одинаково.

В чем причина такой удивительной закономерности? В том, что масса является одновременно:

- мерой *гравитационных* свойств тел (сила тяжести прямо пропорциональна массе);
- мерой *инертности* тел (ускорение обратно пропорционально массе) (см. § 16).

Именно поэтому в формуле (1) масса m попадает и в числитель, и в знаменатель и сокращается.

В 7-м классе коэффициент g мы выражали в $\frac{Н}{кг}$, а согласно формуле (1) g измеряется в $\frac{м}{с^2}$. В этом нет противоречия. Докажите самостоятельно, что $\frac{Н}{кг} = \frac{м}{с^2}$.

Для любознательных

На широте Минска $g = 9{,}813\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на экваторе — $g = 9{,}780\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на полюсах — $g = 9{,}832\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Причиной зависимости ускорения свободного падения от географической широты является вращение Земли вокруг своей оси, а также «сплюснутость» Земли у полюсов. При удалении от поверхности Земли ускорение свободного падения постепенно уменьшается.

Характеристики движения свободно падающих тел (траектория, время полета и т. д.) зависят от положения точки бросания и от начальной скорости.

Рассмотрим различные движения металлического шарика: а) вертикально вниз (рис. 151); б) горизонтально (рис. 152).

1. Шарик падает с высоты *h* без начальной скорости $\left(\vec{v}_0 = \vec{0}\right)$. Движение шарика будет прямолинейным, равноускоренным (рис. 151). Проекция скорости v_y на ось Oy и координата равны:

$$v_y = gt; \qquad y = \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

Из формул (2) можно определить любую характеристику движения шарика. Например, приравнивая $y = h$, находим время падения: $t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Затем, подставляя t в формулу для v_y, определяем скорость шарика в конце падения: $v_{\text{пад}} = \sqrt{2gh}$.

2. Шарик брошен горизонтально. Из рисунка 152 видно, что шарик, брошенный горизонтально, движется по криволинейной

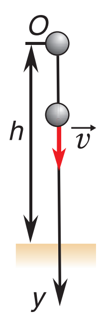


Рис. 151

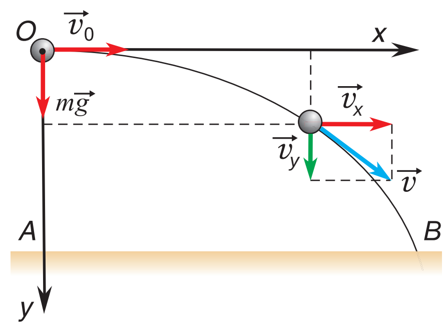


Рис. 152

траектории OB. При этом он участвует *одновременно в двух движениях*: перемещается вправо по горизонтали и снижается по вертикали.

Для описания движения шарика введем две координатные оси (Оx и Оy). Во время полета на шарик действует одна постоянная сила $m\vec{g}$, направленная по оси Оy. Следовательно, проекции ускорения шарика:

$$a_x = 0; \qquad a_y = g.$$

В результате:

• проекция скорости движения шарика v_x и его координата x изменяются по законам равномерного движения с начальной скоростью v_0:

$$v_x = v_0; \qquad x = v_0 t; \tag{3}$$

• проекция скорости v_y и координата y — по законам равноускоренного движения без начальной скорости. Для них выполняются те же формулы (2), что и для шарика в предыдущем примере.

Отсюда следует вывод. Время полета шарика в случаях, изображенных на рисунках 151 и 152, одинаково! Оно равно $t_{\text{пад}} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ и не зависит от начальной скорости.

Подтвердим это опытом с помощью установки, показанной на рисунке 153. В результате удара молотком по пластине шарик 1 приобретает горизонтальную начальную скорость $\vec{v}_0$. В тот же момент шарик 2 начинает падение по вертикали без начальной скорости. Шарики достигают горизонтальной поверхности одновременно.

Дополнительную информацию дают фотографии шариков, сделанные через равные промежутки времени (рис. 153). Они подтверждают, что движение обоих шариков по вертикали было равноускоренным (и одинаковым), а движение шарика 1 по горизонтали — равномерным.

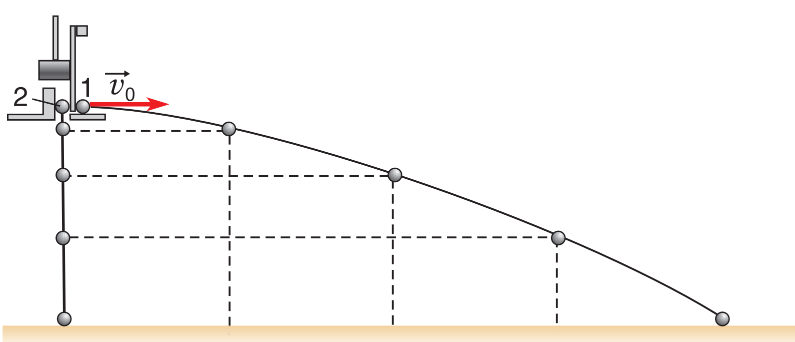


Рис. 153

Найдем *горизонтальную дальность* полета шарика — расстояние l от точки A до места падения шарика — точки B (см. рис. 152). Из рисунка видно, что расстояние l равно значению координаты x в момент падения:

$$l = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Скорость движения шарика в каждой точке направлена по касательной к траектории. С помощью формул (2) и (3) находим зависимость модуля скорости от времени: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$. В конце полета $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Докажите это самостоятельно.

Определим теперь форму траектории. Выразим время t из формулы (3) $t = \frac{x}{v_0}$ и подставим его в выражение для y из формулы (2) $\left(y = \frac{gt^2}{2}\right)$. Находим: $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$ (уравнение параболы). Следовательно, траектория движения тела, брошенного горизонтально, есть участок параболы с вершиной в точке бросания.

3. Шарик брошен вертикально вверх. Шарик при подъеме движется прямолинейно и равнозамедленно (рис. 154). Проекция скорости движения v_y и координата y шарика определяются по формулам

$$v_y = v_0 - gt; \qquad y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

Приравнивая $v_y = 0$, находим время подъема: $t_п = \frac{v_0}{g}$. Приравнивая $y = 0$, получаем полное время полета: $t_{пол} = \frac{2v_0}{g}$. Подставляя $t_п$ в формулу для координаты y из формулы (4), определяем максимальную высоту подъема: $H = \frac{v_0^2}{2g}$.

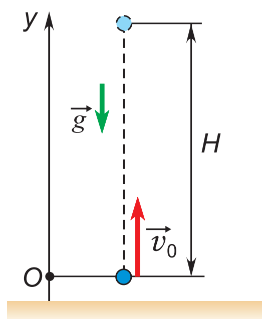


Рис. 154

Главные выводы

1. Свободным падением называют движение тела, на которое действует только сила тяжести.
2. Ускорения всех свободно падающих тел в данном месте одинаковы. Вблизи поверхности Земли модуль ускорения свободного падения постоянен и равен $g \approx 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$.
3. Свободно падающее тело участвует одновременно в двух движениях: в равнопеременном по вертикали и в равномерном — по горизонтали.
4. Траектория движения тела, брошенного горизонтально, является участком параболы (если сопротивлением воздуха можно пренебречь).

Контрольные вопросы

1. При каких условиях падение тел в воздухе можно считать свободным?
2. Почему при обычном давлении воздуха в трубке перышко падает медленнее, чем дробинка (см. рис. 150, *а*)? Движение какого из тел ближе к свободному падению?
3. Почему ускорение свободного падения не зависит от массы движущегося тела?
4. Что общего у движений тел, брошенных вертикально и горизонтально?
5. Что такое горизонтальная дальность полета? Как ее найти?

Примеры решения задач

1. С балкона десятого этажа девочка бросила своему брату связку ключей, придав ей начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную вертикально вниз. К моменту приземления скорость связки стала равной $\vec{v}_1$. Определите высоту, с которой были сброшены ключи, и время их падения, если $v_0 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_1 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Сопротивление воздуха не учитывать; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

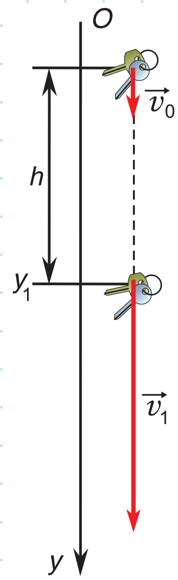


Рис. 155

Дано:

$v_0 = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_1 = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

t_1 — ?

h — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 155).

Скорость $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$, где t_1 — время падения. В проекции на ось Oy получим: $v_1 = v_0 + gt_1$. Тогда время падения:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{g} = \frac{25\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 2{,}0\ \text{с}.$$

Высота, с которой сброшены ключи, равна значению координаты y в момент их приземления:

$$h = y_1 = v_0 t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2{,}0\ \text{с} + 5{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4{,}0\ \text{с}^2 = 30\ \text{м}.$$

Ответ: $t_1 = 2{,}0$ с; $h = 30$ м.

2. Стоящий на берегу мальчик бросает в озеро камешек. Точка бросания находится на высоте $h = 1{,}8$ м над поверхностью воды. Начальная скорость камешка $\vec{v}_0$ направлена горизонтально. Камешек падает в воду на расстоянии $l = 4{,}8$ м от берега. Определите время полета камешка, модуль его начальной скорости и модуль скорости, с которой он вошел в воду. Сопротивление воздуха не учитывать; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
$h = 1{,}8$ м
$l = 4{,}8$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

v_0 — ?
v — ?
t — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 156).

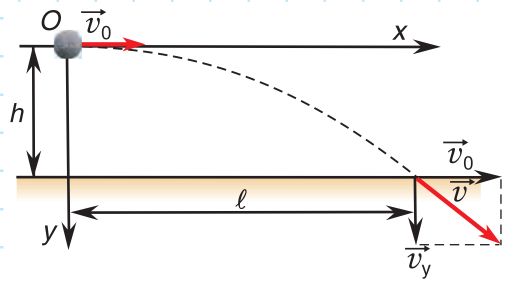


Рис. 156

Камешек участвует одновременно в двух движениях: равномерном со скоростью $\vec{v}_0$ по горизонтали и равноускоренном без начальной скорости по вертикали. В конце полета проекции скорости на оси Ox и Oy и координаты камешка:

$$v_x = v_0; \quad x = l = v_0 t; \quad v_y = gt; \quad y = h = \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8\ \text{м}}{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = 0{,}6\ \text{с}; \quad v_0 = \frac{l}{t} = \frac{4{,}8\ \text{м}}{0{,}6\ \text{с}} = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2} = \sqrt{64\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 36\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $t = 0{,}6$ с; $v_0 = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Упражнение 17

В задачах данного упражнения пренебречь сопротивлением воздуха и принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. С какой скоростью нужно бросить мяч вертикально вверх, чтобы он вернулся назад через время $t = 2{,}0$ с? Какой высоты он достигнет?

2. Мяч брошен вертикально вверх с высоты $h = 18{,}2$ м со скоростью, модуль которой $v_0 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Через какое время он окажется на уровне точки бросания? Сколько времени после этого он еще будет падать? С какой скоростью приземлится?

3. Шарик катится по направлению к краю письменного стола со скоростью, модуль которой $v = 20\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Высота стола $h = 125$ см. На каком расстоянии от стола упадет шарик?

4. Садовник поливает деревья с помощью шланга, из которого бьет горизонтальная струя на высоте $h = 1{,}25$ м от поверхности полива. С какой скоростью должна вытекать струя, чтобы садовник мог полить дерево, удаленное от шланга на расстояние $l = 3{,}00$ м?

§ 22. Движение тела, брошенного под углом к горизонту

(для дополнительного чтения)

Рассмотрим движение тела, брошенного под углом к горизонту. Такое движение совершают, например, волейбольный мяч, артиллерийский снаряд и др.

Моделью движения тела, брошенного под углом к горизонту, может служить движение капель, образующих водяную струю. Проведем опыт на установке, показанной на рисунке 157. В открытом сосуде находится подкрашенная вода. Струя образуется с помощью гибкого шланга, снабженного наконечником. Для определения формы траектории капель форму струи можно сравнить с кривыми, заранее нарисованными на листе картона.

Выясним на опыте, как начальная скорость капель влияет на максимальную высоту H и дальность L их полета.

Не изменяя угла вылета капель α, увеличим их начальную скорость, поднимая выше сосуд с водой. Высота H и дальность полета L также будут увеличиваться.

Затем, не изменяя модуль начальной скорости, будем увеличивать угол α вылета капель от 0° до 90°. Сравнение формы струи с кривыми, нарисованными на картоне, укажет на сходство траекторий капель с параболами. Опыт показал, что высота и дальность полета, а также дальность траектории тела, брошенного под углом к горизонту, зависят от угла бросания и от начальной скорости.

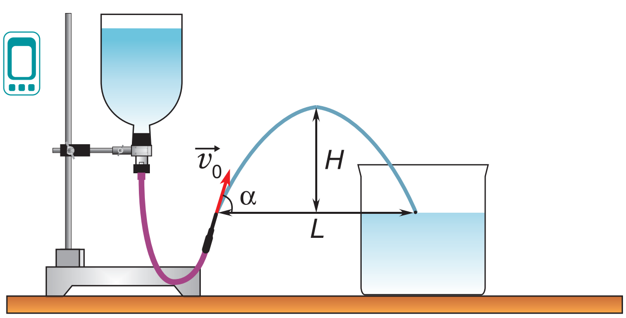


Рис. 157

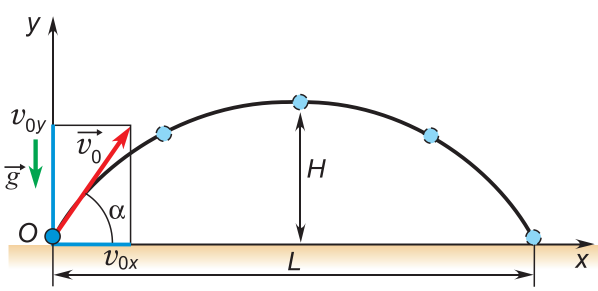


Рис. 158

А что показывают расчеты? Тело, брошенное под углом к горизонту, участвует одновременно в движении по вертикали и по горизонтали. Если сопротивлением воздуха можно пренебречь, то движение по вертикали будет равнопеременным с начальной скоростью v_{0y}, а по горизонтали — равномерным со скоростью v_{0x} (рис. 158).

Тогда зависимости от времени для проекций скорости и координат тела на оси Ox и Oy имеют вид:

$$v_x = v_{0x}; \quad x = v_{0x}t; \tag{1}$$

$$v_y = v_{0y} - gt; \quad y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

Из рисунка 158 видно, что $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Поэтому максимальная высота H, время подъема на эту высоту $t_п$ и время полета $t_{пол}$ определяются формулами для равнопеременного движения тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 \sin\alpha$:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}; \qquad t_п = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}; \qquad t_{пол} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (3)$$

Умножив проекцию скорости v_x на время полета $t_{пол}$, получим горизонтальную дальность полета:

$$L = v_x t_{пол} = \frac{v_0 \cos\alpha \cdot 2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (4)$$

(при выводе формулы (4) использовалось тригонометрическое соотношение $2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha$).

Формула (4) показывает: максимальная дальность полета L_{max} достигается при $\sin 2\alpha = 1$ (т. е. при угле бросания $\alpha = 45°$), дальность полета прямо пропорциональна квадрату начальной скорости.

Для любознательных

Влияние сопротивления воздуха на движение тел большой массы и малых размеров при небольших скоростях невелико (брошенный камень, спортивное ядро и др.). В других случаях, например для волейбольного мяча, ружейной пули и т. д., сопротивление воздуха весьма существенно. На рисунке 159 изображены траектории реального движения (сплошные линии) и траектории движения без учета сопротивления воздуха (штриховые линии): а) для спортивного ядра; б) для ружейной пули.

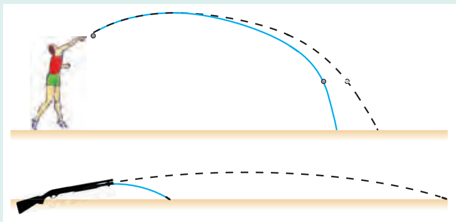


Рис. 159

Главные выводы

Если сопротивлением воздуха можно пренебречь, то:

1. Тело, брошенное под углом к горизонту, движется с постоянным ускорением по вертикали и равномерно — по горизонтали.
2. Траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту, является параболой.

Контрольные вопросы

1. При каком значении угла бросания достигается максимум дальности полета при заданной начальной скорости?
2. Докажите, что при значениях углов бросания α и $(90° - \alpha)$ дальности полета тела будут одинаковы.

§ 23. Закон всемирного тяготения

В 7-м классе вы узнали о всемирном тяготении. Силами тяготения (гравитационными силами) притягивают друг друга все физические тела: атомы, молекулы, тела обычных размеров, планеты, звезды. Почему мы не замечаем взаимного притяжения окружающих нас предметов? С какой силой Солнце притягивает Землю?

Ответы на такие вопросы дает **закон всемирного тяготения**, сформулированный И. Ньютоном в 1667 г.

Все тела притягивают друг друга силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 — массы тел, r — расстояние между телами, G — гравитационная постоянная.

Формула (1) дает точное значение F для материальных точек и однородных тел, имеющих форму шара (для них r — расстояние между центрами). Силу тяготения для тел произвольной формы вычисляют, условно разбивая каждое тело на малые части и суммируя силы притяжения частей одного тела к частям другого.

Силы тяготения $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ (рис. 160) направлены по линии, соединяющей тела, в противоположные стороны. Модули сил равны: $F_{12} = F_{21} = F$.

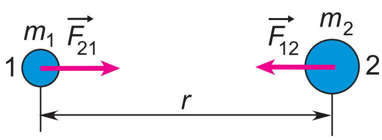


Рис. 160

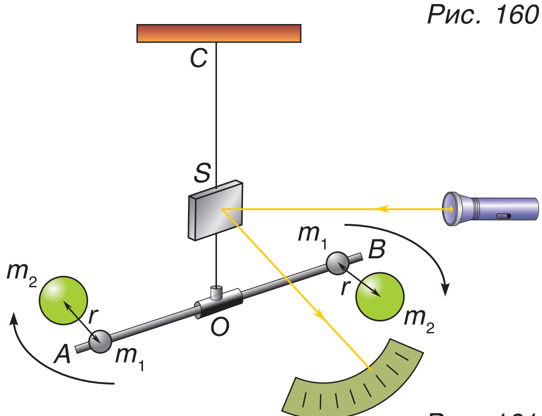


Рис. 161

Согласно формуле (1) **гравитационная постоянная G численно равна силе притяжения двух материальных точек массами по 1 кг, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга.**

Значение гравитационной постоянной можно определить экспериментально. Впервые такой опыт был проведен Генри Кавендишем в 1798 г.

Схема установки представлена на рисунке 161. На стержне AB закреплены два одинаковых свинцовых шарика массой $m_1 = 775$ г. Стержень подвешен на тонкой упругой металлической нити OC с легким зеркальцем S. Такое устройство называется *крутильными весами*.

Притяжение шариков к тяжелым неподвижным свинцовым шарам массами $m_2 = 49{,}5$ кг вызывает поворот стержня AB и закручивание нити OC. Угол закручивания чрезвычайно мал. Его определяли с помощью луча света, отраженного от зеркальца S, и шкалы. По углу закручивания нити находили силу притяжения.

Зная массы m_1 и m_2, расстояние r (см. рис. 161) и модуль силы притяжения F, по формуле (1) можно найти гравитационную постоянную $G = \dfrac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$. Современные эксперименты дают значение

$$G = 6{,}6741 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \approx 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Значение гравитационной постоянной крайне мало́. В связи с этим мала и сила притяжения окружающих нас тел друг к другу. Силы же притяжения этих тел к Земле не малы, потому что масса Земли огромна (около $6 \cdot 10^{24}$ кг).

Закон всемирного тяготения объясняет многое в окружающем мире. С помощью данного закона можно найти ускорение свободного падения тел на разных планетах, определить массу Солнца, Земли и других планет, вычислить скорость движения орбитальной станции и т. д.

Ускорение свободного падения на планетах. Мы знаем, что на поверхности Земли $g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Чему оно равно на других планетах?

Рассмотрим тело массой m, находящееся на расстоянии r от центра планеты массой M и радиусом R (рис. 162). Сила притяжения $\vec{F}$ тела к планете придает ему ускорение $\vec{g}_r = \dfrac{\vec{F}}{m}$. Из закона всемирного тяготения $F = G\dfrac{Mm}{r^2}$. Тогда $g_r = G\dfrac{M}{r^2}$.

Так как $r = R + h$, где h — расстояние до поверхности планеты, то:

$$\boxed{g_r = G\frac{M}{(R+h)^2}}. \qquad (2)$$

С ростом высоты h ускорение свободного падения убывает. На поверхности планеты, т. е. при $h = 0$, согласно формуле (2)

$$\boxed{g = G\frac{M}{R^2}}. \qquad (3)$$

Ускорение свободного падения на поверхности планеты прямо пропорционально массе планеты и обратно пропорционально квадрату ее радиуса.

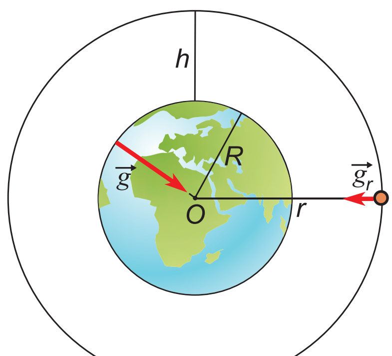


Рис. 162

Для любознательных

Рассмотрите таблицу 3 и сравните ускорение свободного падения на Юпитере и на Луне с ускорением g на Земле.

Таблица 3. Массы, радиусы и ускорения свободного падения для некоторых планет и их спутников

Параметры для сравнения \ Планеты	Меркурий	Венера	Земля	Луна	Юпитер
Масса M, кг	$3{,}33 \cdot 10^{23}$	$4{,}87 \cdot 10^{24}$	$5{,}97 \cdot 10^{24}$	$7{,}35 \cdot 10^{22}$	$1{,}90 \cdot 10^{27}$
Радиус R, км	2440	6050	6370	1740	69 900
g, $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	3,7	8,9	9,8	1,6	24

«Взвешивание» Земли. Выразим из формулы (3) массу планеты:

$$M = \frac{gR^2}{G}. \qquad (4)$$

Из формулы (4) следует: зная ускорение свободного падения на поверхности планеты, ее радиус и гравитационную постоянную, можно определить массу планеты. Например, масса Земли

$$M_З = \frac{gR_З^2}{G} = \frac{9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \left(6{,}37 \cdot 10^6\right)^2 \text{м}^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{кг}.$$

Скорость движения спутника Земли по круговой орбите. За пределами атмосферы силы сопротивления движению спутника отсутствуют. На него действует только сила притяжения к Земле. Поэтому спутник движется с ускорением $\vec{g}_r$. Оно направлено к центру орбиты и является центростремительным ускорением: $\vec{g}_r = \vec{a}_{цс}$ (рис. 163).

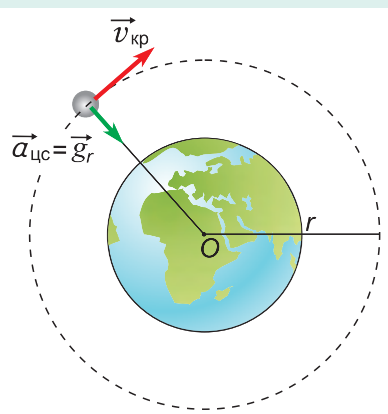


Рис. 163

Как мы знаем из кинематики, $a_{цс} = \frac{v_{кр}^2}{r}$, где $v_{кр}$ — скорость движения спутника по круговой орбите. Следовательно, $g_r = \frac{v_{кр}^2}{r}$, откуда

$$v_{кр} = \sqrt{g_r r}. \qquad (5)$$

Скорость движения тела по круговой орбите, близкой к поверхности планеты ($r \approx R$), называется **первой космической скоростью**. Из формулы (5) значение первой космической скорости для Земли:

$$v_1 = \sqrt{gR_З} = \sqrt{9{,}8\ \frac{м}{с^2} \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ м} = 7{,}9\ \frac{км}{с} \approx 8\ \frac{км}{с}.$$

Второй космической скоростью v_2 называют наименьшую начальную скорость, приобретя которую тело сможет покинуть планету. Можно доказать, что $v_2 = \sqrt{2}v_1$. Для Земли $v_2 \approx 11\ \frac{км}{с}$.

Скорость движения по круговой орбите радиусом r можно выразить через массу планеты и радиус орбиты. Подставляя g_r из формулы (2) в формулу (5), получим:

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \qquad (6)$$

Видно, что скорость $v_{кр}$ уменьшается при увеличении радиуса орбиты.

Из формулы (6) можно найти массу M. Значит, спутники планет могут «рассказать» о массе планеты, а планеты — о массе Солнца!

Главные выводы

1. Все тела притягивают друг друга силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними.
2. Гравитационная постоянная показывает, с какой силой притягиваются две материальные точки массами по 1 кг на расстоянии 1 м друг от друга.
3. Ускорение свободного падения на поверхности планеты прямо пропорционально ее массе и обратно пропорционально квадрату радиуса планеты.

? Контрольные вопросы

1. Почему мы не замечаем взаимного притяжения окружающих нас предметов?
2. Как изменяется сила тяготения при увеличении расстояния между телами?
3. Какой физический смысл имеет гравитационная постоянная G? Как найти ее на опыте?

Пример решения задачи

Геостационарным называют спутник, постоянно находящийся над определенной точкой поверхности Земли. Такие спутники широко используются как спутники связи. Определите радиус орбиты геостационарного спутника и его высоту над поверхностью Земли.

Решение

Орбита геостационарного спутника — окружность, лежащая в экваториальной плоскости Земли (рис. 164). Период обращения такого спутника совпадает с периодом вращения Земли вокруг своей оси (T = 24 ч).

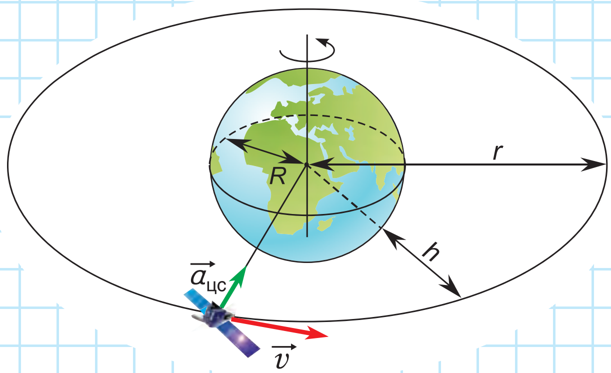


Рис. 164

Хотя геостационарный спутник неподвижен относительно Земли, он движется ускоренно относительно инерциальной системы, связанной со звездами. Его центростремительное ускорение (рис. 164) $a_{цс} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ создано силой тяготения Земли. Приравнивая $a_{цс}$ к ускорению свободного падения $g_r = g\frac{R^2}{r^2}$, получим:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = g\frac{R^2}{r^2}.$$

Отсюда радиус орбиты $r = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}$. Подставляя $g = 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$, радиус Земли $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, период обращения $T = 24 \cdot 3600$ с $= 8{,}64 \cdot 10^4$ с, находим: $r = 4{,}2 \cdot 10^7$ м. При таком радиусе орбиты расстояние до поверхности Земли составит: $h = r - R = 3{,}6 \cdot 10^4$ км.

Ответ: $r = 4{,}2 \cdot 10^7$ м, $h = 3{,}6 \cdot 10^4$ км.

Упражнение 18

1. Как изменится сила тяготения между двумя материальными точками, если расстояние между ними уменьшится в $k = 3$ раза?

2. Изменится ли сила тяготения между двумя телами, если массу одного из них увеличить в два раза, а расстояние между ними уменьшить в два раза?

3. В одном из опытов по проверке закона всемирного тяготения модуль силы притяжения между свинцовым шаром массой $m_1 = 5{,}0$ кг и шариком массой $m_2 = 100$ г был равен $F = 6{,}8 \cdot 10^{-9}$ Н. Расстояние между центрами шаров $r = 7{,}0$ см. На основании этих данных определите гравитационную постоянную.

4. Определите ускорение, вызванное силой тяготения, на высоте $h = 2R_З$ от поверхности Земли, если на поверхности Земли его модуль $g = 9{,}81\ \frac{м}{с^2}$.

5. На какой высоте от поверхности Земли сила тяготения, действующая на тело, уменьшится в $k = 3$ раза? Радиус Земли $R_З = 6{,}4 \cdot 10^6$ м.

6. Определите период обращения Международной космической станции (МКС), считая, что она движется по круговой орбите на высоте $h = 430$ км от поверхности Земли.

7. Вокруг одной из планет Солнечной системы по круговой орбите радиусом $R = 9400$ км обращается спутник. Период его обращения $T = 7$ ч 40 мин. Определите массу планеты. О какой планете идет речь?

8. Земля движется вокруг Солнца по орбите, близкой к круговой, радиусом $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м. Определите массу Солнца.

9. Сила гравитационного притяжения Луны Землей равна половине силы притяжения Луны Солнцем. Почему Луна не покидает Землю?

10. В большинстве точек на Земле нить отвеса отклоняется от точного направления на центр Земли. С чем это связано?

§ 24. Вес. Невесомость и перегрузки

Всегда ли вес равен силе тяжести? При каких условиях наступает невесомость? Можно ли испытать состояние невесомости, не отправляясь в космос?

В 7-м классе вы узнали, что **вес тела — это сила, с которой тело действует на опору или на подвес из-за притяжения к Земле.**

Вес нельзя путать с силой тяжести. Сила тяжести $m\vec{g}$ — это сила тяготения, действующая со стороны Земли на тело. Она приложена к телу в его центре тяжести (рис. 165, *а*, *б*).

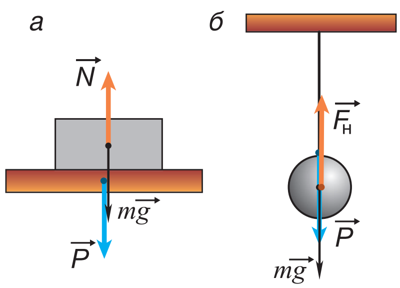


Рис. 165

Вес $\vec{P}$ — сила, с которой тело действует на опору или на подвес. Он приложен к опоре или к подвесу.

Вес возникает от того, что под действием силы тяжести тело стремится двигаться вниз, а опора препятствует этому движению. Именно поэтому тело давит на опору силой $\vec{P}$. В ответ на силу $\vec{P}$ опора действует на тело силой реакции $\vec{N}$ (рис. 165, *а*).

Как связаны между собой вес $\vec{P}$ и сила тяжести $m\vec{g}$?

Проведем простой опыт. Положим тело массой $m = 1$ кг на чашу пружинных весов. Показания весов P будут равны 9,8 Н, т. е. $P = mg$. Результат находится в полном согласии с законами Ньютона. По первому закону силы, действующие на покоящееся тело, компенсируют друг друга:

$$m\vec{g} = -\vec{N}. \qquad (1)$$

По третьему закону Ньютона

$$\vec{P} = -\vec{N}. \qquad (2)$$

Значит, $\vec{P} = m\vec{g}$.

Но всегда ли вес численно равен силе тяжести?

Продолжим опыт в кабине лифта. Если лифт движется равномерно, то показания весов будут такими же, как в состоянии покоя. Вес $\vec{P}$ тела, движущегося равномерно и прямолинейно (как и покоящегося), равен силе тяжести $m\vec{g}$.

Пусть теперь кабина лифта движется с ускорением $\vec{a}$. При ускорении, направленном вверх, результирующая сила тоже должна быть направлена вверх (рис. 166, *а*). Значит, $N > mg$. Но по третьему закону

Ньютона модули сил N и P равны. Следовательно, $P > mg$, т. е. вес тела больше силы тяжести.

При ускорении кабины лифта, направленном вниз (рис. 166, *б*), вес тела уменьшается: $P < mg$. Докажите это самостоятельно.

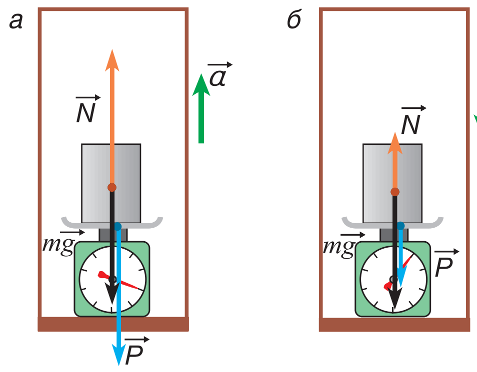


Рис. 166

Если же кабина лифта будет двигаться с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, т. е. свободно падать, то тело не будет действовать на опору, и показания весов станут равными нулю. Исчезнет не только давление тела на опору, но и давление одних частей тела на другие. Возникнет *состояние невесомости*.

В состоянии невесомости находятся все свободно падающие тела.

Как вычислить вес ускоренно движущегося тела?

Для тела в ускоренно движущемся лифте по второму закону Ньютона $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Значит, при $\vec{a} \neq \vec{0}$ вместо равенства (1) получится:

$$m\vec{g} - m\vec{a} = -\vec{N}. \qquad (3)$$

Учитывая, что $\vec{P} = -\vec{N}$, находим:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \qquad (4)$$

Формула (4) справедлива при любом направлении ускорения. Необходимо только помнить, что $\vec{a}$ — ускорение движения тела (вместе с опорой) относительно инерциальной системы отсчета.

Числовое значение веса тела определяется модулем вектора $\vec{P}$:

$$P = m|\vec{g} - \vec{a}|. \qquad (5)$$

Изменение веса тела, обусловленное ускоренным движением, характеризуют ***перегрузкой Q***. Ее определяют как отношение веса тела P в рассматриваемых условиях к весу тела, покоящегося относительно Земли. Согласно формуле (5)

$$Q = \frac{P}{mg} = \frac{|\vec{g} - \vec{a}|}{g}.$$

При $\vec{a} = \vec{g}$ (т. е. при невесомости) $Q = 0$. В ракете, стартующей с Земли вертикально с ускорением $\vec{a}$, перегрузка $Q = 1 + \frac{a}{g}$.

Большие перегрузки испытывают космонавты, тренируясь на центрифуге (рис. 167, *а*) и на участке разгона космического корабля ракетой-носителем.

Рис. 167

Рис. 168

По окончании работы двигателей и выходе за пределы атмосферы перегрузки сменяются состоянием невесомости. В состоянии длительной невесомости находится экипаж орбитальной станции (рис. 167, *б*).

Перегрузки и невесомость можно испытать, не отправляясь в полет. Перегрузки возникают при движении с разгоном, торможением, резкими поворотами (рис. 168). Состояние, близкое к невесомости, испытывает человек во время прыжка.

Главные выводы

1. Вес тела — это сила, с которой тело действует на опору (подвес) вследствие действия силы тяжести.
2. Сила тяжести приложена к телу, а вес — к опоре или подвесу.
3. Свободно падающие тела находятся в состоянии невесомости.

Контрольные вопросы

1. Что такое вес? Чем он отличается от силы тяжести?
2. В каких условиях вес P равен силе тяжести mg? $P > mg$? $P < mg$?
3. При каких условиях наступает состояние невесомости?
4. Что называется перегрузкой?
5. Может ли вес быть направлен вертикально вверх?

Пример решения задачи

Человек массой $m = 60$ кг, находящийся в кабине лифта, движущейся вниз, давит на пол кабины силой $\vec{F}$ (рис. 169). Определите ускорение кабины лифта, если $F = 690$ Н. Примите $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

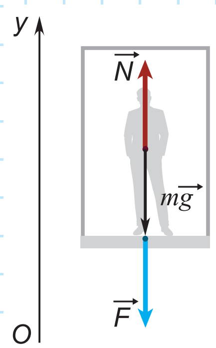


Рис. 169

Дано:

$m = 60$ кг

$F = 690$ Н

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\vec{a}$ — ?

Решение

На человека в кабине лифта действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции пола $\vec{N}$.

По второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

По третьему закону Ньютона $\vec{N} = -\vec{F}$.

Тогда $m\vec{a} = m\vec{g} - \vec{F}$.

В проекции на ось Oy:

$$ma_y = mg_y - F_y = -mg + F.$$

Отсюда

$$a_y = \frac{F - mg}{m};$$

$$a_y = \frac{690\ \text{Н} - 600\ \text{Н}}{60\ \text{кг}} = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Так как $a_y > 0$, ускорение кабины направлено вверх, хотя она опускается. Значит, кабина движется вниз замедленно (с торможением).

О т в е т: $a = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; ускорение кабины лифта направлено вверх.

Упражнение 19

Во всех задачах данного упражнения принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. В кабине подъемника лежит груз. Когда кабина неподвижна, вес груза $P = 2{,}0$ кН. В движущейся с постоянным ускорением кабине вес груза больше на $\Delta P = 200$ Н. Определите ускорение кабины подъемника.

2. Шарик, висящий на пружине в кабине неподвижного лифта, растягивает пружину на $x_1 = 3{,}0$ см. В движущейся вверх с постоянным ускорением кабине лифта растяжение пружины стало равным $x_2 = 6{,}0$ см. Определите модуль ускорения кабины лифта.

3. Автомобиль массой $m = 4{,}0$ т движется по выпуклому мосту радиусом кривизны $R = 100$ м. Модуль скорости автомобиля постоянен и равен $v = 54\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите вес автомобиля в верхней точке траектории.

4. Используя числовые данные предыдущей задачи, найдите вес автомобиля в нижней точке траектории при движении по вогнутому мосту.

5. Время разбега самолета перед взлетом с палубы авианосца $t = 3{,}0$ с. Длина разбега $s = 108$ м. Каким был вес пилота массой $m = 70$ кг во время разбега самолета? Какую перегрузку Q испытывал пилот? Движение самолета считать равноускоренным, палубу — горизонтальной.

6. Груз подвешен к пружинному динамометру. Показания динамометра $F = 34$ Н. Определите массу груза, если взвешивание проведено в вагоне поезда, который движется по закругленному участку пути радиусом $R = 75$ м. Участок пути горизонтален. Модуль скорости поезда постоянен и равен $v = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Темы проектных заданий по главе «Основы динамики»

1. Трение: вред или польза?
2. Зависимость предельной прочности нити от ее толщины.
3. Как сократить тормозной путь?
4. Определение массы атмосферы Земли.
5. Почему Луна не падает на Землю, а Земля на Солнце?
6. Силы в природе.
7. Физика в танцах.

3

Основы статики

- Почему ножницы для разрезания металла имеют длинные рукоятки?
- Можно ли поднять автомобиль усилиями только одного человека?
- Почему на руке, согнутой в локте, можно удержать больший груз, чем на выпрямленной?
- В какой воде легче научиться плавать: морской или речной?

§ 25. Условия равновесия тел. Момент силы

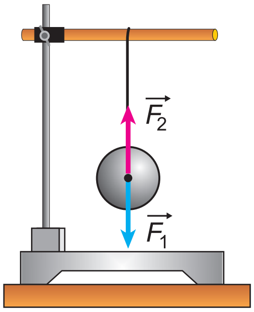


Рис. 170

До сих пор мы изучали **движение** тел. А нужно ли изучать **состояние покоя** тел? Безусловно, да! Ведь обеспечить **состояние покоя и устойчивость** домов, мостов, плотин, телевизионных вышек и т. д. — важнейшая практическая задача! Ее решением занимается **статика**.

Состояние тела, при котором оно остается неподвижным относительно данной инерциальной системы отсчета, называют **состоянием механического равновесия.**

Рассмотрим, *при каких условиях* тела находятся в состоянии равновесия.

Первое условие следует из второго закона Ньютона: **для равновесия тела необходимо, чтобы векторная сумма всех сил, приложенных к нему, была равна нулю:**

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \vec{0}. \qquad (1)$$

Например, для равновесия шарика (рис. 170) векторная сумма силы тяжести $\vec{F}_1$ и силы упругости $\vec{F}_2$, действующих на шарик, должна быть равна нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.

Но ***достаточно ли*** выполнения условия (1) для равновесия тела? Например, для тела, имеющего ось вращения: колеса автомобиля (рис. 171, *а*), колеса обозрения (рис. 171, *б*), вóрота (рис. 171, *в*), рулевого колеса (рис. 172) и т. д.?

а

б

в

Рис. 171

На рисунке 172, *а* на рулевое колесо действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции оси $\vec{N}$. Их сумма $m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$, и колесо находится в состоянии покоя. Останется ли рулевое колесо в покое, если к нему приложить еще две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 172, *б*), модули которых равны, направления противоположны, а точки приложения не совпадают (такие силы в механике называют *парой сил*)?

Несмотря на то что условие (1) по-прежнему выполняется: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$, руль не останется в покое. Из-за действия сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ он будет поворачиваться вокруг своей оси. Значит, выполнения условия (1) для равновесия тел *недостаточно*. Какое еще условие должно выполняться, чтобы не возникало *вращения тела*?

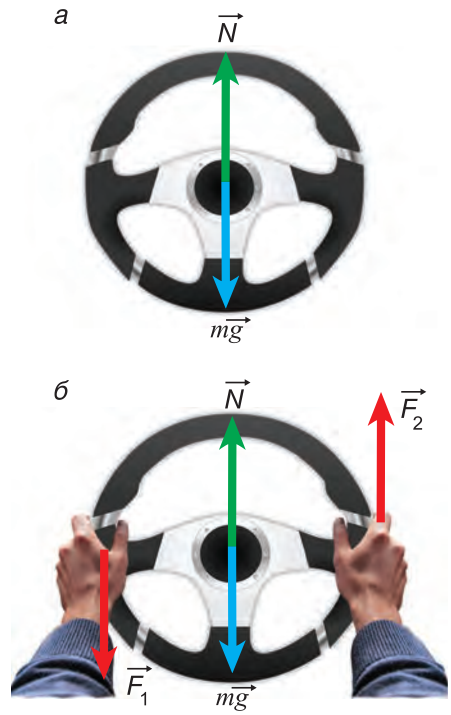


Рис. 172

Для ответа на вопрос проведем опыты с диском (рис. 173, *а*), имеющим горизонтальную ось вращения, проходящую через его центр — точку *O*. С помощью штырей, вставленных в отверстия, и нитей будем прикладывать к диску силы, имеющие различные направления, точки приложения и модули (рис. 173, *б*, *в*).

Сила тяжести диска $\vec{F}_т$ и сила реакции $\vec{N}$ оси приложены к диску в его центре (рис. 173, *а*). Они не вызывают вращения диска, и на рисунках 173, *б*, *в* мы их показывать не будем. Поворот диска могут вызвать только те силы, которые *действуют вдоль линии, не проходящей через ось вращения* (рис. 173, *б*, *в*).

Расстояние от оси вращения до линии действия силы называют *плечом силы*.

На рисунке 173, *б* расстояние l_1 — это плечо силы $\vec{F}_1$, l_2 — силы $\vec{F}_2$.

На рисунке 173, *б* сила $\vec{F}_1$ стремится повернуть диск против хода часовой стрелки, а сила $\vec{F}_2$ — *по ходу часовой стрелки*. Куда в итоге повернется диск?

Опыты показывают: если $F_1 \cdot l_1 > F_2 \cdot l_2$, то диск повернется против хода часовой стрелки, если $F_1 \cdot l_1 < F_2 \cdot l_2$ — по ходу часовой стрелки. А при выполнении условия

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \qquad (2)$$

диск будет находиться в состоянии равновесия.

Произведение модуля силы на ее плечо называют моментом силы (вращающим моментом).

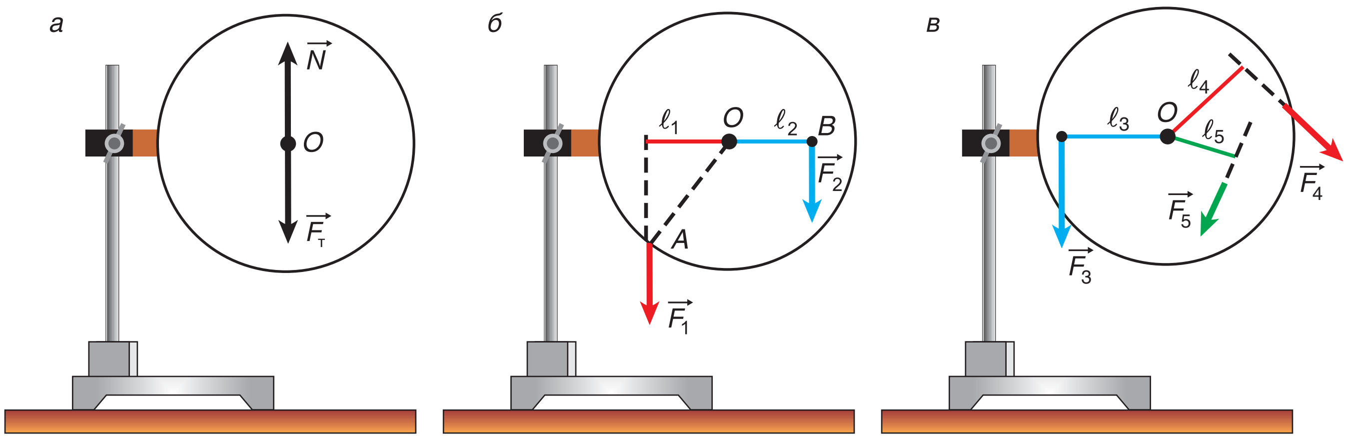


Рис. 173

Момент силы может быть положительным или отрицательным. Все зависит от того, в какую сторону сила стремится повернуть тело вокруг данной оси. **Если против хода часовой стрелки, то $\boldsymbol{M} = +\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{l}$, если по ходу, то $\boldsymbol{M} = -\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{l}$:**

$$\boxed{M = \pm F \cdot l}. \qquad (3)$$

Единица момента силы в СИ — **ньютон-метр** (Н · м). *Один ньютон-метр равен вращающему моменту, создаваемому силой* 1 *ньютон, имеющей плечо* 1 *метр*.

Условие равновесия (2), выраженное через моменты сил с учетом их знаков, примет вид $M_1 = -M_2$, или

$$M_1 + M_2 = 0. \qquad (4)$$

А если к телу приложено более двух сил (рис. 173, *в*)? Тогда, как показывает опыт, **для равновесия необходимо равенство нулю алгебраической суммы моментов всех сил, действующих на тело:**

$$\boxed{M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0}. \qquad (5)$$

Рис. 174

Это и есть *второе условие равновесия*.

Момент силы очень важен для практики! Например, если при закручивании болта или гайки мы приложим слишком большой вращающий момент, то резьба будет сорвана. Для ответственных работ используют гаечные ключи с датчиком вращающего момента (рис. 174).

Главные выводы

1. Плечо силы — это расстояние от оси вращения до линии действия силы.
2. Момент силы равен произведению модуля силы и ее плеча, взятому со знаком «плюс» или «минус».
3. Тело, имеющее неподвижную ось вращения, будет находиться в равновесии, если алгебраическая сумма моментов сил, приложенных к нему, равна нулю.

Контрольные вопросы

1. Что называют плечом силы?
2. Можно ли назвать плечом силы $\vec{F}_1$ расстояние *OA* (см. рис. 173, *б*)? Почему?
3. От чего зависит момент силы?
4. Когда момент силы считают положительным? Отрицательным?
5. В каких единицах измеряется момент силы в СИ?
6. При каком условии тело, имеющее неподвижную ось вращения, будет находиться в равновесии?

Упражнение 20

1. Диск может вращаться относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр O (рис. 175). К диску поочередно прикладывают силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ и $\vec{F}_5$, лежащие в плоскости диска. Модули всех этих сил равны. Определите относительно точки O: а) плечо какой силы самое большое; б) плечо какой силы равно нулю; в) моменты каких сил положительны; г) моменты каких сил отрицательны; д) какие силы создают одинаковые по абсолютной величине моменты.

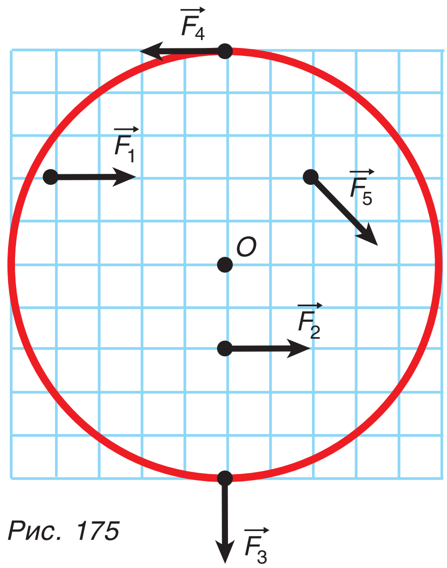


Рис. 175

2. Будет ли находиться в равновесии диск (рис. 175), если к нему будут приложены одновременно все изображенные на рисунке силы?

3. При работе со слесарными тисками к концам горизонтального стержня приложили силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные вертикально (рис. 176). Модуль силы $F_1 = 15$ Н, $F_2 = 10$ Н. Определите моменты этих сил относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O перпендикулярно стержню, если длина стержня $L = 45$ см, а плечо $l_1 = 18$ см.

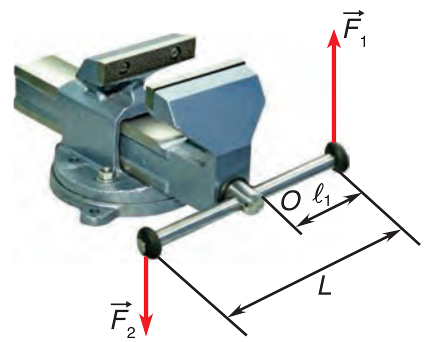


Рис. 176

4. Найдите вращающий момент пары сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно оси рулевого колеса (см. рис. 172, *б*, с. 119), если их модули $F_1 = F_2 = 75$ Н, а радиус руля $R = 20$ см.

5. К телу приложены две силы. Модули сил равны. Расстояния от оси вращения до точек приложения этих сил одинаковы. Следует ли из этого, что моменты данных сил относительно этой оси равны? Почему?

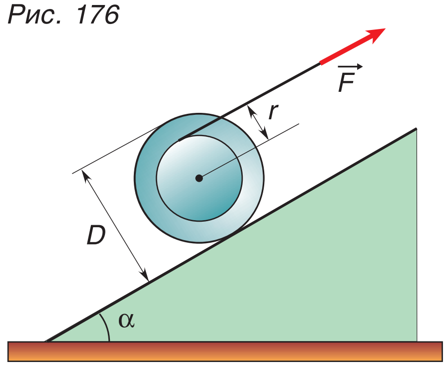


Рис. 177

6. На катушку массой $m = 90$ г намотана нить (рис. 177). Диаметр катушки $D = 6{,}0$ см, радиус намотки нити $r = 2{,}0$ см. Определите силу натяжения F нити, удерживающей катушку в состоянии покоя на наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$, $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

§ 26. Простые механизмы. Рычаги. Блоки

Рис. 178

Посетите цех современного завода и понаблюдайте, как работают машины. Они, как разумные существа, прессуют, гнут, режут металлические листы, считают, сортируют, взвешивают, перемещают и упаковывают изделия. Эти огромные и маленькие машины-автоматы, машины-роботы действуют быстрее и точнее человека.

Однако даже у таких сложных устройств, как роботы (рис. 178), механическая часть является комбинацией **простых механизмов:** *рычагов, наклонных плоскостей, блоков, винтов* (рис. 179).

Элементы простых механизмов мы обнаружим у вóрота (см. рис. 171, *в*, с. 118), гаечного ключа (см. рис. 174, с. 120), топора (рис. 180) и т. д.

Зачем нужны простые механизмы? На рисунке 179, *а* — *в* показано, как, приложив силу $\vec{F}$ или силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 179, *г*) к механизму, можно поднять груз весом $\vec{P}$. Данные силы, однако, не приложены непосредственно к грузу (кроме случая *б*) и не направлены вверх. Значит, простой механизм дает возможность изменить *точку приложения силы* и ее *направление*. Кроме того, он позволяет поднять груз силой, гораздо меньшей, чем вес этого груза (случаи *а*, *б*, *г*), т. е. дает выигрыш в силе.

Что такое *выигрыш в силе*? От чего он зависит? Рассмотрим это на примере рычага (рис. 181).

Рычагом может служить твердое тело, способное вращаться вокруг заданной оси (или точки опоры).

Различают рычаги *первого и второго рода*. У рычага первого рода (рис. 181, *а*) вес поднимаемого груза $\vec{P}$ и приложенная сила $\vec{F}$ находятся по разные стороны от точки опоры *O*, а у рычага второго рода — по одну сторону от нее (рис. 181, *б*).

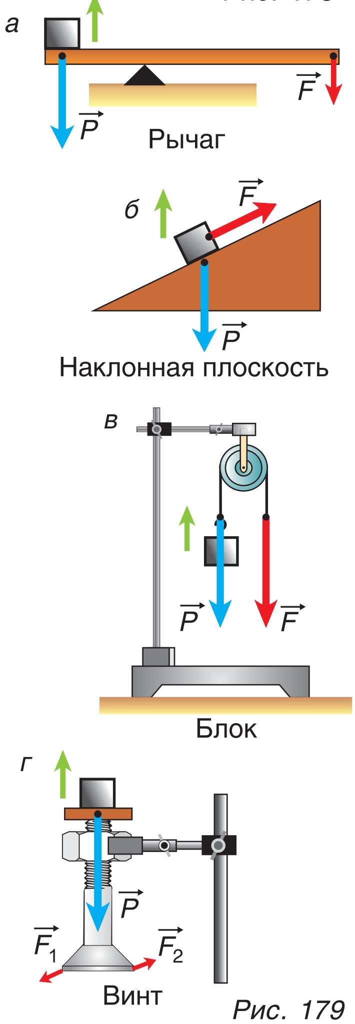


Рис. 179

В обоих случаях вес *P* груза больше, чем приложенная сила *F*. Значит, рычаг дает *выигрыш в силе*.

Рис. 180

Найдем выигрыш в силе для рычага первого рода (рис. 181, *а*). Обозначим плечи сил $\vec{F}$ и $\vec{P}$ относительно

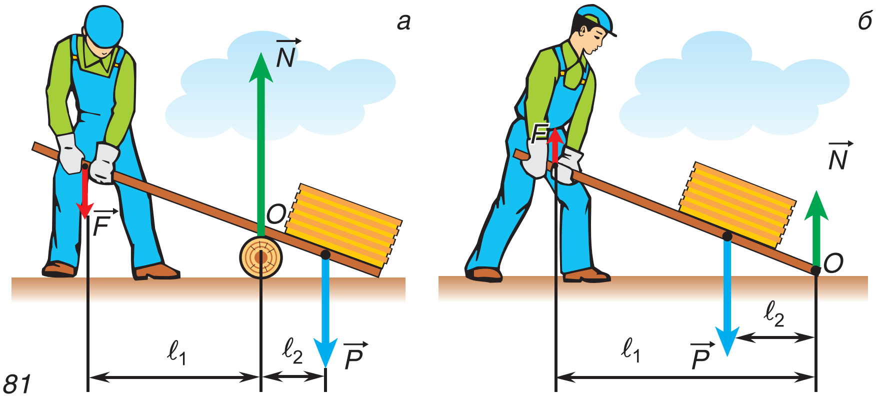


Рис. 181

точки опоры O через l_1 и l_2. Плечо силы реакции опоры $\vec{N}$ равно нулю. Как мы знаем, при равновесии моменты сил компенсируют друг друга: $F \cdot l_1 = P \cdot l_2$. В результате

$$\frac{P}{F} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Итак, ***выигрыш в силе для рычага равен отношению плеча прикладываемой силы к плечу веса поднимаемого груза***. Докажите самостоятельно, что формула $\frac{P}{F} = \frac{l_1}{l_2}$ справедлива и для рычага второго рода.

Рассмотрим **блоки** (рис. 182). Их широко используют на стройках, в портах, на складах и т. д.

Рис. 182

Блок представляет собой колесо с желобом, через который проходит трос (канат, веревка, нить и т. д.). Если ось блока закреплена (рис. 183, *а*), то блок называют неподвижным, если нет, то — подвижным (рис. 185, *а*).

Дает ли блок выигрыш в силе? Проведем опыт с неподвижным блоком (рис. 183, *а*). К одному концу нити, перекинутой через блок, прикрепим груз, а к другому — динамометр. При покое или равномерном подъеме груза показания динамометра F практически равны весу груза P. Почему неподвижный блок не дает выигрыша в силе?

На рисунке 183, *б* изображены силы, действующие на блок: сила тяжести блока $\vec{F}_т$, сила реакции оси $\vec{N}$ и силы упругости нитей $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Будем рассматривать блок как рычаг первого рода. Относительно оси блока O плечи сил $\vec{F}_т$ и $\vec{N}$ равны нулю, а плечи сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ — радиусу блока: $l_1 = l_2 = R$.

По правилу моментов: $F_1R = F_2R$, откуда $F_1 = F_2$. Учитывая, что $F_1 = P$, а $F_2 = F$, получим $P = F$.

Неподвижный блок не дает выигрыша в силе, а лишь изменяет ее направление.

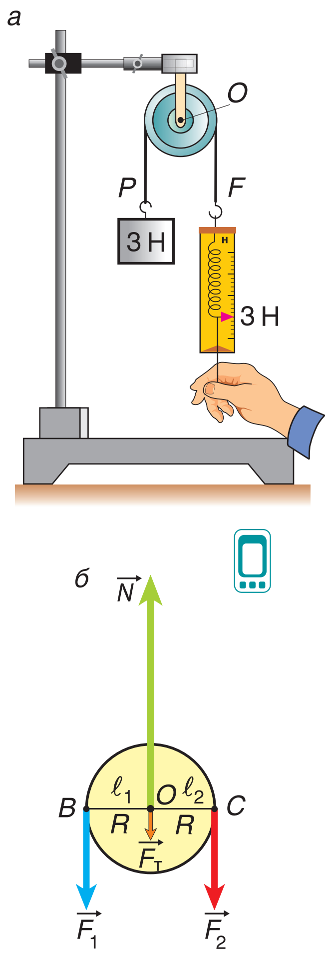


Рис. 183

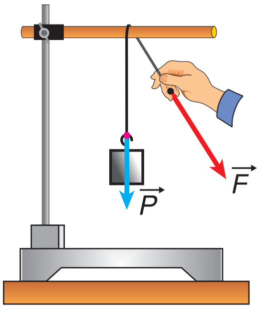


Рис. 184

Зачем же применять неподвижный блок, если выигрыша в силе нет? Ведь для изменения направления силы можно взять любую перекладину (рис. 184). Можно, но невыгодно, так как потери на трение будут во много раз больше, чем при использовании блока.

Проведем теперь опыт с *подвижным* блоком (рис. 185, *а*), ось которого O перемещается вместе с грузом. Один конец перекинутой через блок нити закрепим, а за другой будем поднимать груз. При равномерном подъеме груза весом P = 4 Н (как и в состоянии покоя) показания динамометра $F \approx 2$ Н, т. е. почти ***в два раза меньше веса груза*** (рис. 185, *а*).

Этот результат вполне понятен. Ведь блок с грузом удерживают *две* нити. Сила натяжения каждой из нитей равна половине веса груза. Чтобы доказать это, будем рассматривать блок как рычаг второго рода с осью в точке D (рис. 185, *б*). Относительно этой оси у силы натяжения нити $\vec{F}_1$ плечо равно нулю, а у силы натяжения $\vec{F}_2$ оно равно $2R$, а плечи силы тяжести блока $\vec{F}_\text{т}$ и веса груза $\vec{P}$ равны R. Тогда, по правилу моментов, $(P + F_\text{т})R = F_2 \cdot 2R$. Отсюда, пренебрегая силой $\vec{F}_\text{т}$, находим: $F_2 \approx \frac{P}{2}$. Так как $F_2 = F$, то $\frac{P}{F} \approx 2$. **Подвижный блок дает выигрыш в силе приблизительно в 2 раза.** Отметим, что при расчетах мы не учитывали силу трения на оси блока.

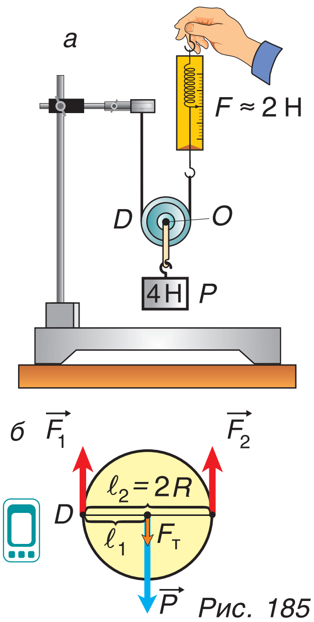


Рис. 185

Для любознательных

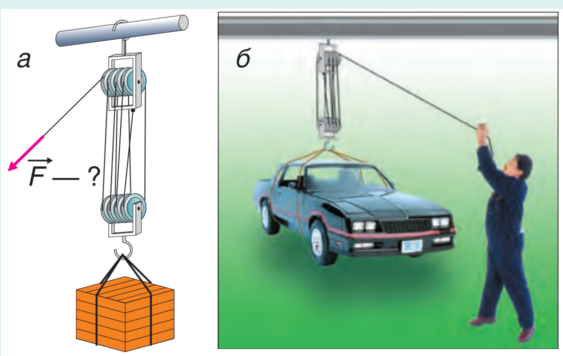


Рис. 186

Гораздо больший выигрыш в силе дает *полиспаст* — устройство, состоящее из нескольких пар подвижных и неподвижных блоков. При трех парах блоков (рис. 186, *а*) и отсутствии трения полиспаст дал бы выигрыш в силе, равный $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ (на самом деле выигрыш будет несколько меньше). Полиспасты широко используют для подъема тяжестей. Оцените количество блоков, при котором полиспаст даст возможность поднять автомобиль усилиями всего одного человека (рис. 186, *б*).

Главные выводы

1. Простые механизмы дают возможность изменить точку приложения силы, ее модуль и направление.
2. Рычаг дает выигрыш в силе во столько раз, во сколько раз плечо прилагаемой силы больше плеча веса поднимаемого груза.
3. Неподвижный блок не дает выигрыша в силе, а лишь изменяет ее направление.
4. Подвижный блок дает выигрыш в силе в 2 раза (если пренебречь весом блока и трением).

Контрольные вопросы

1. Для чего предназначены простые механизмы?
2. Как понимать выражение «выигрыш в силе»?
3. Чем отличаются друг от друга рычаги I и II рода?
4. Почему неподвижный блок не дает выигрыша в силе?
5. В чем состоит сходство рычагов и блоков?
6. Какой выигрыш в силе дает подвижный блок?

Домашнее задание

Разделите пакет сахарного песка массой m_0 = 900 г на две порции массами m_1 = 600 г и m_2 = 300 г, используя однородную планку, измерительную ленту, нитки и полиэтиленовый пакет.

Примеры решения задач

1. На одном конце линейки длиной l = 1,0 м подвешен груз массой m_1 = 450 г (рис. 187). Посередине линейки снизу находится опора, относительно которой линейка может свободно поворачиваться в вертикальной плоскости. На каком расстоянии от точки опоры линейки подвешен груз массой m_2 = 750 г, если линейка, располагаясь горизонтально, находится в равновесии?

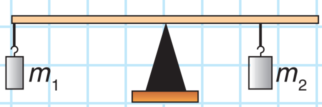


Рис. 187

Примеры решения задач

Дано:
$m_1 = 450$ г
$m_2 = 750$ г
$l = 100$ см

l_2 — ?

Решение

Из сил, действующих на линейку, на рисунке 188 покажем только те, моменты которых относительно точки O не равны нулю.

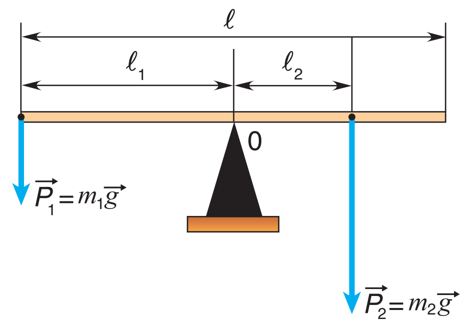


Рис. 188

По условию равновесия $P_1l_1 = P_2l_2$, или $m_1gl_1 = m_2gl_2$. Откуда

$$l_2 = \frac{m_1l_1}{m_2};$$

$$l_2 = \frac{450 \text{ г} \cdot 50 \text{ см}}{750 \text{ г}} = 30 \text{ см}.$$

Ответ: $l_2 = 30$ см.

2. Какую минимальную силу нужно приложить к концу веревки для подъема мешка цемента массой $m = 50$ кг на второй этаж строящегося дома с помощью подвижного блока?

Дано:
$m = 50$ кг

$F_{\min}$ — ?

Решение

Так как блок подвижный, то:

$$F_{\min} = \frac{P}{2}; \quad P = mg; \quad g = 10 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Тогда:

$$F_{\min} = \frac{mg}{2} = \frac{50 \text{ кг} \cdot 10 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 250 \text{ Н} = 0{,}25 \text{ кН}.$$

Ответ: $F_{\min} = 0{,}25$ кН.

Упражнение 21

1. Почему рожковые ключи (рис. 189), рассчитанные на гайки большего размера, делают более длинными?

Рис. 189

2. Чем длиннее стрела подъемного крана, тем тяжелее противовес, подвешенный к нему (при одном и том же расстоянии от противовеса до вертикальной оси крана). Почему?

3. Почему дверные ручки укрепляют близко к краю двери?

4. Какой рычаг (рис. 190, *а*, *б*) дает больший выигрыш в силе? Во сколько раз?

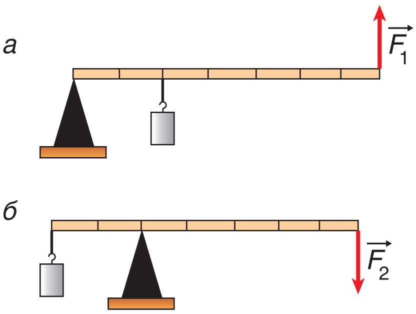


Рис. 190

5. Однородная линейка длиной $l = 100$ см висит на нити. К линейке подвешены два груза массами $m_1 = 0{,}40$ кг, $m_2 = 0{,}20$ кг и прикреплен динамометр (рис. 191). Определите показания динамометра, если линейка находится в равновесии. Как изменятся показания динамометра, если грузы поменять местами?

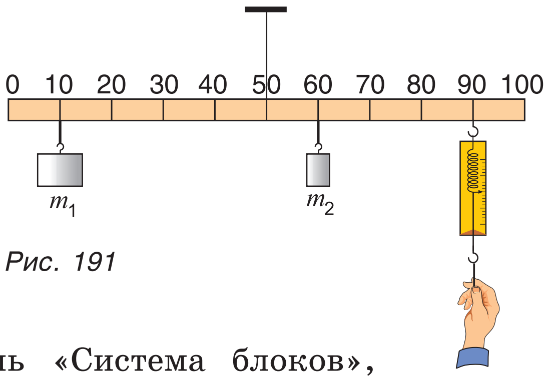


Рис. 191

6. Определите массу m мешка с цементом, который можно поднять с помощью подвижного блока весом $P = 20$ Н, если к свободному концу веревки приложена сила $F = 220$ Н. Трением в блоке пренебречь.

7. С помощью интерактивной модели «Равновесие рычага на оси» научитесь применять правило моментов.

8. Используя интерактивную модель «Система блоков», определите выигрыш в силе для системы блоков, состоящей из одного, двух, трех или четырех блоков.

§ 27. Наклонная плоскость. «Золотое правило механики». Коэффициент полезного действия механизма

На примере рычагов и блоков мы узнали, что с помощью простых механизмов можно получить **выигрыш в силе**. А можно ли получить **выигрыш в работе**?

Прежде чем ответить на этот вопрос, изучим еще один простой механизм — *наклонную плоскость*. Она служит основой таких конструкций, как пандусы, эскалаторы, конвейеры и т. д. (рис. 192).

Дает ли применение наклонной плоскости выигрыш в силе? Рассмотрим пример. Грузчик перемещает тяжелый контейнер по наклонной плоскости (рис. 192, *г*). Сила, которую он при этом прикладывает, гораздо меньше, чем вес контейнера.

Рис. 192

Как рассчитать выигрыш в силе, который дает наклонная плоскость?

Проведем простой опыт. Поместим брусок массой m на наклонную плоскость длиной $l = AB$ и высотой $h = BC$ (рис. 193). Приложив к нему с помощью динамометра силу $\vec{F}$, параллельную наклонной плоскости, будем равномерно перемещать брусок вдоль нее. Показания динамометра F будут меньше, чем значение силы тяжести бруска $F_т = mg$. Отношение $\frac{F_т}{F}$ определяет выигрыш в силе. От чего он зависит?

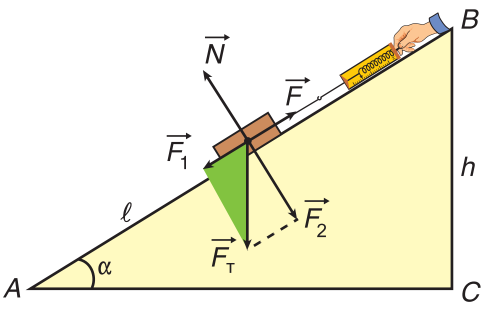


Рис. 193

Рассмотрим все силы, действующие на брусок. Кроме силы $\vec{F}$ и силы тяжести $\vec{F}_т$, на брусок действует сила реакции наклонной плоскости $\vec{N}$. При отсутствии трения она перпендикулярна наклонной плоскости. Силу $\vec{F}_т$ разложим на две составляющие: $\vec{F}_т = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Из подобия треугольника сил (выделенного цветом) и $\triangle ABC$ следует:

$$\frac{F_\text{т}}{F_1} = \frac{AB}{BC} = \frac{l}{h}. \qquad (1)$$

Так как при равномерном подъеме $F_1 = F$, то:

$$\frac{F_\text{т}}{F} = \frac{l}{h}. \qquad (2)$$

Выигрыш в силе, получаемый с помощью наклонной плоскости, равен отношению ее длины к ее высоте (при отсутствии трения).

Чем меньше угол наклона α плоскости к горизонту, тем больше отношение $\frac{l}{h}$, а значит, тем больше выигрыш в силе. Это подтверждается нашими повседневными наблюдениями. Тянуть санки, катить багажную тележку вверх по пологому склону гораздо легче, чем по крутому.

При выводе формулы (2) мы не учитывали трения. Но на самом деле трение есть. Из-за него при подъеме бруска приходится прилагать бóльшую силу, и выигрыш в силе будет меньшим.

На практике для уменьшения трения проводят смазку деталей, заменяют скольжение качением, применяют «воздушную подушку» (рис. 194).

Рис. 194

Для любознательных

Идея наклонной плоскости заложена и в таких механизмах, как *клин* и *винт*. Разновидностью клина является *топор*, дающий большой выигрыш в силе. Винтовые домкраты (рис. 195, *а*) применяют для подъема автомобилей и других массивных объектов.

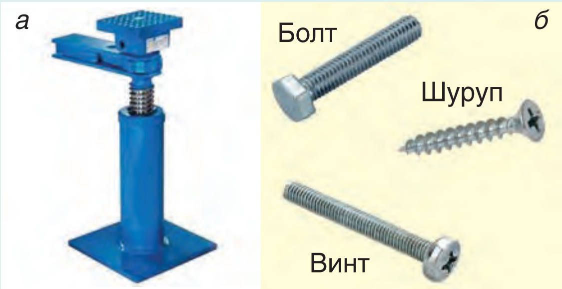


Рис. 195

Винты, болты, шурупы (рис. 195, *б*) используют для соединения деталей. При этом трение приносит как вред, так и пользу. Оно затрудняет завинчивание, но предотвращает самопроизвольное ослабление резьбовых соединений.

Мы выяснили, что большинство простых механизмов дают выигрыш в силе. А дают ли они *выигрыш в работе?*

С физической величиной, называемой «работа», и с ее единицей в СИ джоулем вы познакомились в 7-м классе.

Для любознательных

Среди всех физических величин работа занимает особое место. Не совершив работы, нельзя привести в движение поезд, автомобиль, корабль, самолет, ракету и т. д. Нельзя перевезти груз, подняться на нужный этаж (ни пешком, ни на лифте). Невозможно построить дом и любое другое сооружение.

Производственная деятельность невозможна без совершения работы.

Значимость работы еще шире. *Непрерывно совершать работу необходимо для поддержания жизни.* Наше сердце при каждом ударе совершает работу, примерно равную одному джоулю.

Рассмотрим работу различных простых механизмов. Силу трения пока учитывать не будем.

Наклонная плоскость. Для нее *полезная работа* — это работа по подъему груза на высоту h: $A_{пол} = F_{т}h$. *Совершенная работа* прилагаемой силы $\vec{F}$ по перемещению груза по наклонной плоскости на пути l равна: $A_{сов} = F \cdot l$. Из равенства (2) $\frac{F_{т}}{F} = \frac{l}{h}$ получим: $F_{т}h = F \cdot l$, т. е.

$$A_{пол} = A_{сов}.$$

Наклонная плоскость не дает выигрыша в работе.

Неподвижный блок. Для него равны и модули сил, и пройденные пути (см. рис. 183, с. 123), а значит, и соответствующие работы. *Неподвижный блок выигрыша в работе не дает.*

Подвижный блок. Он дает выигрыш в силе, близкий к двум, но и двукратный проигрыш в пути (см. рис. 185, с. 124). *Подвижный блок также не дает выигрыша в работе.*

Рычаг. *Выигрыша в работе не дает и рычаг (как первого, так и второго рода).* Докажите это самостоятельно.

Все опыты подтверждают: **если с помощью простого механизма выигрывают в силе, то по меньшей мере во столько же раз проигрывают в пути.** Учитывая, что даже самый сложный механизм сводится к сочетанию простых механизмов, можно сделать вывод: **ни один механизм не дает выигрыша в работе.** Это утверждение получило название «**золотое правило механики**».

Итак, выиграть в работе нельзя. А вот проиграть — можно. Причина этому — сила трения. Кроме того, существуют и другие потери, например работа по подъему самого механизма в процессе его использования. Из-за этого совершенная работа $A_{\text{сов}}$ всегда больше, чем полезная работа $A_{\text{пол}}$:

$$A_{\text{сов}} > A_{\text{пол}}.$$

Отношение $\frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{сов}}}$ называется **коэффициентом полезного действия (КПД)**. КПД, выраженный в процентах, равен:

$$\boxed{\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{сов}}} \cdot 100\ \%}.$$

Так как совершенная работа всегда больше полезной, КПД механизма всегда меньше единицы (т. е. меньше 100 %). Чтобы увеличить КПД, необходимо уменьшить «бесполезную» работу. Прежде всего — работу по преодолению сил трения.

Машина, которая имела бы $\eta = 100\ \%$ или более, называется вечным двигателем. Весь опыт развития науки и техники говорит о том, что вечный двигатель неосуществим. Заметим, однако, что попытки его изобрести не прекращаются до сих пор.

Для любознательных

Идея создания вечного двигателя возникла в далеком прошлом. На его создание были направлены усилия изобретателей на протяжении нескольких веков.

На рисунке 196 изображен один из проектов вечного двигателя. Разберитесь самостоятельно или с помощью учителя: почему автор устройства считал, что оно будет самопроизвольно вечно вращаться? Чего не учел автор?

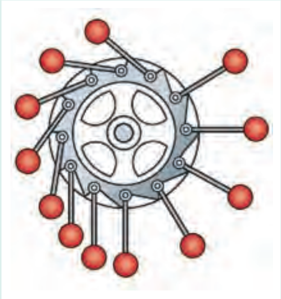


Рис. 196

Главные выводы

1. Наклонная плоскость дает выигрыш в силе во столько раз, во сколько раз ее длина больше высоты.
2. Ни один механизм не дает выигрыша в работе: во сколько раз выигрывают в силе, во столько раз проигрывают в пути.
3. Из-за силы трения и других потерь коэффициент полезного действия любого механизма меньше 100 %.

Контрольные вопросы

1. Какой выигрыш в силе дает наклонная плоскость?
2. Какая работа при использовании простого механизма называется полезной? Совершенной?
3. Почему совершенная работа всегда больше полезной?
4. Что называется коэффициентом полезного действия механизма? Может ли КПД быть равным или больше 100 %?
5. Что является причиной, не позволяющей получить КПД, равный 100 %, при использовании блока? Наклонной плоскости?
6. Как повысить коэффициент полезного действия механизма?

Домашнее задание

Оцените КПД пандуса, используемого в вашем доме или на другом объекте для перемещения груза: а) волоком; б) в багажной коляске.

Пример решения задачи

С помощью подвижного блока ведро песка массой $m = 20$ кг поднимают на высоту $h = 4{,}0$ м, прилагая к канату силу $F = 110$ Н. Определите совершенную при этом подъеме работу и КПД блока. Модуль ускорения свободного падения $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
$m = 20$ кг
$h = 4{,}0$ м
$F = 110$ Н

$A_{\text{сов}}$ — ?
η — ?

Решение

При использовании подвижного блока происходит проигрыш в пути в 2 раза, т. е. $s = 2h$. Совершенная работа:

$$A_{\text{сов}} = F \cdot s = 2Fh.$$

$$A_{\text{сов}} = 2 \cdot 110\ \text{Н} \cdot 4{,}0\ \text{м} = 880\ \text{Дж} = 0{,}88\ \text{кДж}.$$

Полезная работа по подъему ведра с песком:

$$A_{\text{пол}} = mgh.$$

КПД блока:

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{сов}}} \cdot 100\ \% = \frac{mgh}{2Fh} \cdot 100\ \% = \frac{mg}{2F} \cdot 100\ \%.$$

$$\eta = \frac{20\ \text{кг} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 110\ \text{Н}} \cdot 100\ \% = \frac{200\ \text{Н}}{220\ \text{Н}} \cdot 100\ \% = 91\ \%.$$

Ответ: $A_{\text{сов}} = 0{,}88$ кДж; $\eta = 91\ \%$.

Упражнение 22

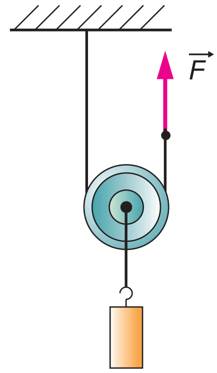


Рис. 197

1. Потенциальная энергия гири (рис. 197) при подъеме увеличилась на $\Delta E_п = 10$ Дж. Может ли работа, совершенная силой $\vec{F}$, быть равной: а) $A = 10$ Дж; б) $A < 10$ Дж; в) $A > 10$ Дж? Ответы поясните.

2. Для равномерного подъема ведра с песком массой $m = 10$ кг на высоту $h = 5{,}0$ м с помощью неподвижного блока потребовалась сила, модуль которой $F = 110$ Н. Определите полезную и совершенную работу. Найдите КПД установки. Все ли данные нужны для определения КПД? Модуль ускорения свободного падения g в данной и последующих задачах примите равным $g = 10\ \frac{м}{с^2}$.

3. Определите полезную и совершенную работу при подъеме груза (рис. 197) массой $m = 2{,}0$ кг на высоту $h = 0{,}40$ м, если приложенная сила имеет модуль $F = 12{,}5$ Н. Определите КПД установки.

4. При использовании рычага с длиной плеч $l_1 = 160$ см и $l_2 = 20$ см камень массой $m = 100$ кг был поднят на высоту $h = 5{,}0$ см с помощью силы, модуль которой $F = 150$ Н. Чему равны полезная и совершенная работа и КПД данного рычага?

5. Плита массой $m = 120$ кг была равномерно поднята с помощью подъемного механизма на высоту $h = 16$ м за промежуток времени $t = 30$ с. Считая КПД $\eta = 80\ \%$, определите совершенную работу и развиваемую мощность.

6. Определите полезную работу по подъему поддона кирпича краном с мощностью двигателя $P = 4{,}0$ кВт за время $t = 10$ с. КПД крана $\eta = 75\ \%$.

7. При подъеме с постоянной скоростью $v = 0{,}40\ \frac{м}{с}$ ведра цемента массой $m = 40$ кг с помощью подвижного блока на высоту $h = 12$ м модуль прилагаемой силы был равен $F = 250$ Н. Определите КПД и развиваемую мощность. Как изменилась бы мощность, если бы при подъеме скорость ведра увеличивалась?

8. Для подъема сейфа массой $m = 220$ кг в кузов грузового автомобиля на высоту $h = 1{,}5$ м используют доску длиной $l = 3{,}0$ м. Сейф перемещают равномерно, прикладывая параллельно плоскости доски силу, модуль которой $F = 1{,}5$ кН. Сделайте схематический рисунок к условию задачи. Определите КПД этого простого механизма.

§ 28. Центр тяжести. Виды равновесия

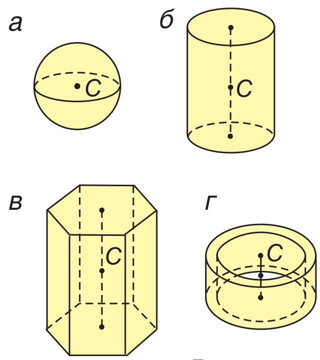


Рис. 198

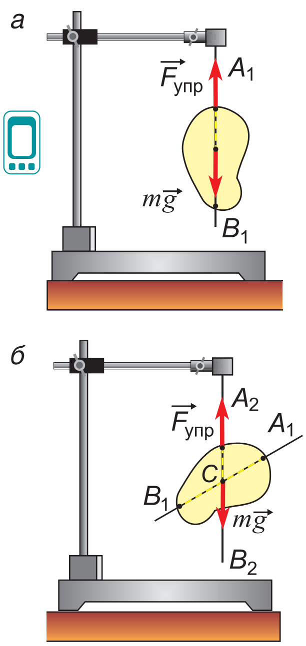


Рис. 199

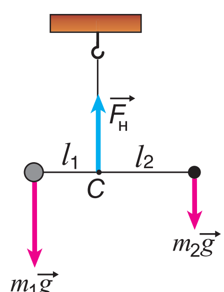


Рис. 200

Читаем сводку очередного происшествия: «Из-за смещения центра тяжести корабль потерял устойчивость». А что такое «центр тяжести»? Что такое «устойчивость»?

Центром тяжести **тела называется точка приложения силы тяжести, действующей на него.**

У однородных тел правильной формы центр тяжести находится в геометрическом центре тела (рис. 198, *а*, *б*, *в*, *г*). При этом центр тяжести может не совпадать ни с одной из точек этого тела (рис. 198, *г*).

А как найти центр тяжести тела произвольной формы? Это можно сделать с помощью простого опыта. Подвесим пластину на нити, прикрепленной к ней в некоторой точке A_1 (рис. 199, *а*). Центр тяжести пластины будет находиться на одной линии с нитью — на вертикальной прямой A_1B_1. Отметим на пластине эту прямую.

Изменим точку подвеса (рис. 199, *б*) и отметим вертикаль A_2B_2. Точка C, лежащая на пересечении прямых A_1B_1 и A_2B_2, — центр тяжести пластины.

Центр тяжести тела можно определить путем расчетов.

Например, для тела, состоящего из двух грузов, соединенных легким стержнем (рис. 200), с помощью правила моментов легко найти отношение расстояний от центра тяжести C до грузов: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

Следовательно, центр тяжести расположен *ближе к более массивному грузу*.

Положение центра тяжести очень важно для *устойчивости* высотных сооружений, подъемных кранов, автомобилей, кораблей и т. д. Смещение центра тяжести судна из-за неправильной загрузки может привести к его опрокидыванию.

А что такое *устойчивость*? От чего она зависит?

Проведем опыт. Поместим шарик 1 в лунку (рис. 201, *а*), шарик 2 — на вершину горки (рис. 201, *б*), а шарик 3 — на горизонтальную поверхность (рис. 201, *в*). Каждый из шариков *находится в состоянии равновесия (в покое)*.

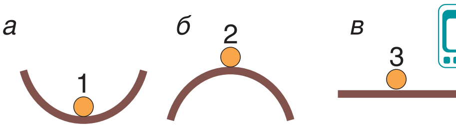


Рис. 201

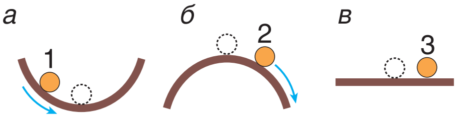


Рис. 202

Отклоним шарики от положений равновесия и отпустим. Шарик 1 вернется в исходную точку (рис. 202, *а*), шарик 2 отклонится от исходного положения еще больше (рис. 202, *б*). Шарик 3 останется в состоянии равновесия (рис. 202, *в*).

Каждый случай соответствует одному из трех *видов равновесия*: *а — устойчивому*, *б — неустойчивому*, *в — безразличному*.

Равновесие называется *устойчивым*, если при *малом отклонении* от него тело *возвращается* в исходное положение, *неустойчивым* — если *отдаляется* от него еще больше, *безразличным* — если *остается в равновесии*.

Почему в нашем опыте шарики вели себя по-разному? Все зависело от результирующей силы $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{N}$ (рис. 203), действующей на шарик при его отклонении от положения равновесия. В случае *а* сила $\vec{F}$ была направлена *к положению равновесия*, в случае *б* — *от него*. В случае *в* сила $\vec{F}$ была *равна нулю*.

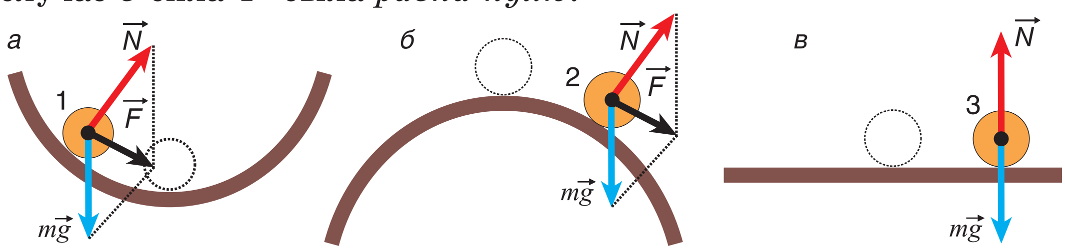


Рис. 203

А как при этом изменялась потенциальная энергия тела?

Из рисунка 203 понятно, что потенциальная энергия тела при его отклонении от положения устойчивого равновесия увеличивалась, от неустойчивого — уменьшалась, от безразличного — не изменялась. Значит, **положению устойчивого равновесия соответствует минимум потенциальной энергии.**

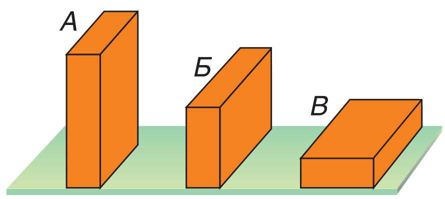


Рис. 204

Проведем еще один опыт. Расположим на горизонтальной доске три одинаковых бруска *А*, *Б* и *В* (рис. 204).

Какой из брусков находится в состоянии равновесия? Все три.

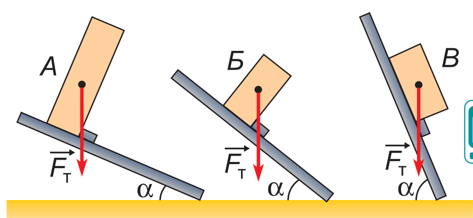


Рис. 205

Но одинакова ли *степень устойчивости* состояний этих брусков? Продолжим опыт (рис. 205). Будем постепенно наклонять доску, оставляя на ней по одному бруску (чтобы брусок при этом не соскальзывал, приделаем к доске небольшую ступеньку). Первым опрокинется брусок *А*, вторым — *Б*, третьим — *В*.

Значит, степень устойчивости равновесия у брусков разная. Почему? Потому, что опрокидывание тела происходит тогда, когда *линия действия силы тяжести* выходит за пределы *опорной площадки*. Видно, что угол опрокидывания α тем больше, чем больше размеры этой площадки и чем ниже расположен центр тяжести тела.

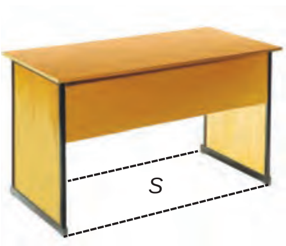


Рис. 206

Сделаем практически важный вывод: **чем ниже центр тяжести тела и чем больше опорная площадка, тем состояние тела более устойчиво.**

Обратите внимание: *опорная площадка — это плоскость, ограниченная прямыми, проходящими через крайние точки контакта тела с опорой*. Площадь S опорной площадки может во много раз превосходить площадь непосредственного контакта тела с поверхностью опоры (рис. 206).

Для любознательных


Рис. 207

Достаточная опорная площадка и правильное положение центра тяжести предусматривается в конструкции всех высотных сооружений. Так, устойчивость 540-метровой Останкинской телебашни (рис. 207) обеспечивается прежде всего тем, что ее центр тяжести находится практически на уровне земли. Это обеспечено заглублением в землю железобетонного фундамента массой около 200 000 тонн.

Главные выводы

1. Точка приложения силы тяжести тела называется центром тяжести.
2. Существует три вида равновесия: устойчивое, неустойчивое и безразличное.
3. Чем ниже расположен центр тяжести тела и чем больше опорная площадь, тем более устойчиво состояние тела.

Контрольные вопросы

1. Что такое центр тяжести тела?
2. Где находится центр тяжести тел правильной формы?
3. Как определить центр тяжести тела на опыте?
4. Какие виды равновесия существуют? Чем они отличаются друг от друга?
5. Почему тела стремятся занять положение с минимальной потенциальной энергией?
6. От чего зависит степень устойчивости тела?

Пример решения задачи

Из однородной квадратной пластинки со стороной $a = 10$ см вырезана $\frac{1}{4}$ часть (рис. 208). Определите положение центра тяжести пластинки с вырезом.

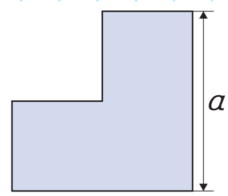


Рис. 208

Дано:	Решение
$a = 10$ см	
x_C — ?	

Для определения положения центра (точки C) вернем на свое место вырезанную часть (рис. 209). Сила тяжести всей пластинки будет равна сумме сил тяжести вырезанной части m_1g и оставшейся части m_2g. Относительно точки O алгебраическая сумма моментов этих сил равна нулю:

$$m_2gx_C = m_1gl.$$

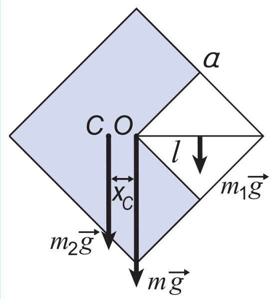


Рис. 209

Отсюда $x_C = \frac{m_1 l}{m_2}$.

Так как $m_1 = \frac{1}{4}m$, а $m_2 = \frac{3}{4}m$, то $x_C = \frac{1}{3}l$.

Поскольку плечо $l = \frac{a\sqrt{2}}{4}$, то $x_C = \frac{a\sqrt{2}}{12} = 1{,}2$ см.

Ответ: $x_C = 1{,}2$ см.

§ 29. Действие жидкости и газа на погруженные в них тела. Выталкивающая сила. Закон Архимеда

До сих пор мы рассматривали равновесие тел, не учитывая влияние среды (жидкости, газа), в которой они находятся. А как влияет среда на равновесие тел?

а б

Рис. 210

Погруженный в воду мяч всплывает, воздушные шары (рис. 210, *а*) поднимаются вверх, шары-зонды (рис. 210, *б*) улетают на огромную высоту. Какая сила устремляет их вверх?

Проведем опыт. К динамометру подвесим пластилиновый брусок (рис. 211, *а*). Опустим брусок в воду (рис. 211, *б*). Показания динамометра уменьшатся. Значит, на погруженное тело со стороны жидкости действует направленная вверх *выталкивающая сила*. Ее значение равно разности показаний динамометра до и после погружения тела.

а б

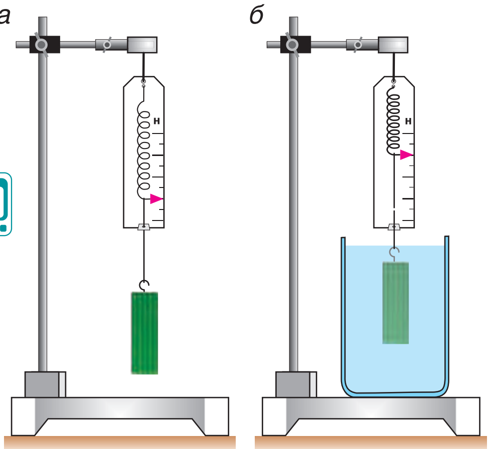


Рис. 211

От чего зависит выталкивающая сила?

Сравним значения выталкивающей силы при полном (рис. 211, *б*) и частичном (рис. 212) погружении бруска. Мы убеждаемся, что *выталкивающая сила тем больше, чем больше* ***объем погруженной части тела.***

А зависит ли выталкивающая сила от плотности жидкости? Продолжим опыты. Погрузим пластилиновый брусок в раствор поваренной соли в воде. Повышая концентрацию соли, будем увеличивать плотность раствора. Опыт показывает: *при увеличении плотности жидкости выталкивающая сила возрастает.*

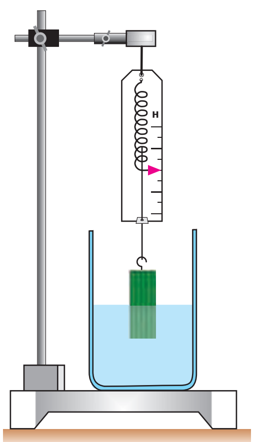


Рис. 212

Итак, **выталкивающая сила тем больше, чем больше объем погруженной в нее части тела и чем больше плотность жидкости.**

Выталкивающая сила действует и на тела, находящиеся в газе (рис. 213, *а, б*).

А как на выталкивающую силу влияет плотность газа? Проведем опыт. Уравновесим с помощью рычажных весов закрытую стеклянную колбу, помещенную внутрь сосуда (рис. 213, *а*), а затем вольем в этот сосуд углекислый газ (рис. 213, *б*). (Газы тоже можно переливать!) Так как плотность углекислого газа больше, чем воздуха, он вытеснит воздух из сосуда и займет его место. Равновесие весов нарушится (рис. 213, *б*), указывая на то, что в углекислом газе выталкивающая сила больше, чем в воздухе.

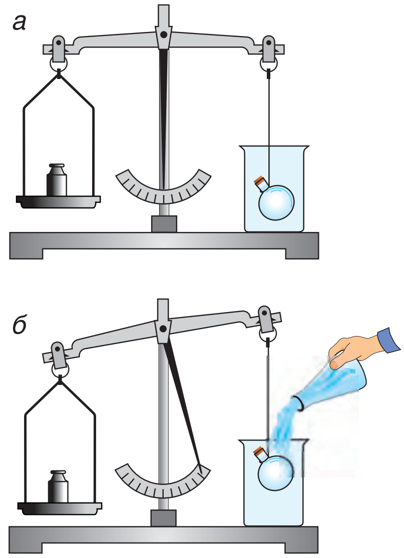


Рис. 213

Следовательно, *и в газах выталкивающая сила растет с увеличением плотности среды*.

Почему возникает выталкивающая сила? Как ее рассчитать?

Для простоты расчетов рассмотрим погруженное в жидкость тело, имеющее форму прямоугольного параллелепипеда. На рисунке 214 показаны силы, с которыми жидкость плотностью ρ действует на тело. Каждая из сил перпендикулярна к той поверхности, к которой она приложена.

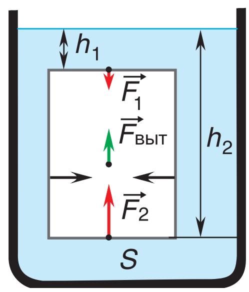


Рис. 214

Силы давления жидкости, действующие на боковые грани, только сжимают тело, но не выталкивают его. Выталкивающая сила возникает из-за того, что направленная вверх сила давления жидкости $\vec{F}_2$ больше, чем сила $\vec{F}_1$, направленная вниз. В итоге модуль выталкивающей силы

$$F_{\text{выт}} = F_2 - F_1. \quad (1)$$

Из 7-го класса вы знаете, что сила давления F, с которой жидкость действует на поверхность площадью S, равна pS, где p — давление жидкости. Значит,

$$F_{\text{выт}} = p_2 S - p_1 S = (p_2 - p_1)S, \quad (2)$$

где p_1 — давление на глубине h_1, а p_2 — на глубине h_2 (рис. 214). Вам известно также, что при увеличении глубины погружения на h давление возрастает на $\rho_ж gh$. Тогда

$$p_2 - p_1 = \rho_ж gh, \quad (3)$$

где $h = h_2 - h_1$ — это высота тела (рис. 214).

Из (2) и (3) следует

$$F_{\text{выт}} = \rho_ж ghS.$$

Но $h \cdot S = V_{\text{погр}}$ — объем погруженного тела. Следовательно:

$$F_{\text{выт}} = \rho_ж gV_{\text{погр}}.$$

Произведение $\rho_ж V_{погр}$ равно $m_ж$ — массе жидкости, вытесненной телом при его погружении, а $\rho_ж gV$ равно $m_ж g$, т. е. *весу вытесненной жидкости*. В результате выталкивающая сила:

$$\boxed{F_{выт} = \rho_ж g V_{погр} = m_ж g}. \quad (4)$$

На тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости (газа), вытесненной телом.

Это утверждение называют *законом Архимеда*, а выталкивающую силу — *силой Архимеда* (и обозначают ее F_A), по имени выдающегося древнегреческого ученого, открывшего данный закон за 250 лет до н. э.

Мы вывели формулу (4), рассматривая тело в форме параллелепипеда. Многочисленные опыты показывают: *закон Архимеда применим к телам любой формы, погруженным в жидкость или газ полностью или частично.*

Подчеркнем, что при частичном погружении тела в формуле (4) под объемом $V_{погр}$ следует понимать *объем погруженной в жидкость части тела*.

Теперь ответим еще на один вопрос. Почему тела, погруженные в жидкость, например в воду, ведут себя по-разному: одни из них (камни, металлические предметы) тонут, другие (куски дерева, пенопласта, пробки) плавают, частично погрузившись в воду, а третьи (рыбы, подводные лодки) плавают в толще воды?

Проведем опыт. Погрузим в стакан с соленой водой (рис. 215) кубики из сырого картофеля (1), пенопласта (2) и пластилина (3). Пластилиновый кубик опустится на дно, пенопластовый всплывет, а кубик из картофеля (при определенной концентрации соли в воде) останется внутри жидкости.

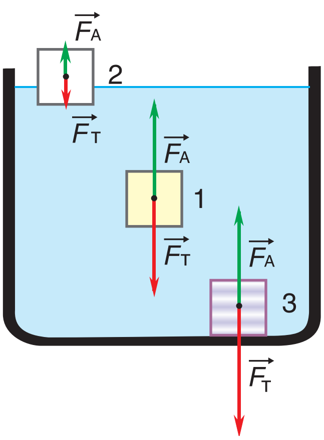


Рис. 215

В чем причина этого различия? Все зависит от соотношения плотности тела и плотности жидкости. В нашем опыте плотность соленой воды $\rho_ж = 1{,}1\ \frac{г}{см^3}$, пластилина — $\rho_{пл} = 1{,}4\ \frac{г}{см^3}$, сырого картофеля — $\rho_{карт} = 1{,}1\ \frac{г}{см^3}$, пенопласта — $\rho_{пен} = 0{,}2\ \frac{г}{см^3}$.

Сравнив плотность жидкости $\rho_ж$ с плотностью тел $\rho_т$, сделаем вывод, что однородное тело:

- при $\rho_т > \rho_ж$ утонет в жидкости;
- при $\rho_т = \rho_ж$ будет в состоянии равновесия на любой глубине внутри жидкости;

• при $\rho_т < \rho_ж$ всплывет и будет находиться в состоянии равновесия, частично погрузившись в жидкость.

Объясните результаты опыта (рис. 215), сравнив силу тяжести $F_т$ каждого из тел с силой Архимеда F_A.

Главные выводы

1. Выталкивающая сила (сила Архимеда) есть результат действия сил давления жидкости (газа) на погруженное тело.
2. Закон Архимеда: «На тело, погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости (газа), вытесненной телом».
3. Однородное тело тонет в жидкости, если плотность тела больше плотности жидкости, находится в равновесии внутри жидкости, если их плотности равны, и находится в состоянии равновесия, частично погрузившись в жидкость, если плотность тела меньше плотности жидкости.

Контрольные вопросы

1. Какие силы действуют на тело, находящееся внутри жидкости?
2. От чего зависит значение выталкивающей силы, действующей на тело, погруженное: а) в жидкость; б) в газ?
3. Будет ли изменяться выталкивающая сила, действующая на аквалангиста, по мере его постепенного погружения в воду?
4. Почему на кубики (см. рис. 215) действуют различные выталкивающие силы? Сравните $F_{выт}$ и $F_т$ для каждого из кубиков.
5. Используя закон Архимеда, докажите, что при $\rho_т < \rho_ж$ объем погруженной в жидкость части тела $V_{погр} = \frac{m}{\rho_ж}$, где m — масса тела.

Домашнее задание

Положите на дно кружки сырое куриное яйцо. Налейте в кружку воды. Постепенно добавляйте в воду соль, размешивая раствор. Наблюдайте за положением яйца. Объясните результаты наблюдений.

§ 30. Плавание судов. Воздухоплавание

(для дополнительного чтения)

На использовании силы Архимеда основано плавание плотов, лодок, кораблей, а также воздухоплавание. А что такое воздухоплавание? Чем оно отличается от полетов птиц, самолетов, ракет?

В предыдущем параграфе мы выяснили, что *однородное* тело, состоящее из вещества плотностью $\rho_т$, не тонет в жидкости плотностью $\rho_ж$ при условии $\rho_т < \rho_ж$. А при каком условии будет плавать *неоднородное* тело, состоящее из материалов различной плотности (корабль, подводная лодка, катер)? При таком же условии, только вместо плотности вещества нужно взять ***среднюю*** плотность тела $\langle\rho_т\rangle$, т. е.: $\langle\rho_т\rangle < \rho_ж$.

Среднюю плотность тела рассчитывают по формуле $\langle\rho_т\rangle = \frac{m_т}{V_т}$, аналогичной формуле для плотности вещества. Средняя плотность тела зависит от плотности материалов, из которых оно состоит. Так, если из куска пластилина (рис. 216, *а*) слепить шар с *воздушной* полостью (рис. 216, *б*), то средняя плотность шара станет меньше плотности пластилина ($\langle\rho_ш\rangle < \rho_{пл}$). А если заполнить полость *свинцовой* дробью (рис. 216, *в*)? Средняя плотность шара будет больше, чем плотность пластилина ($\langle\rho_ш\rangle > \rho_{пл}$).

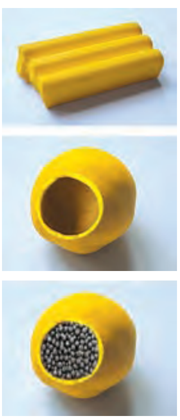
а
б
в


Рис. 216

Корабли, паромы, яхты и т. д. конструируют так, чтобы их средняя плотность $\langle\rho\rangle$ была меньше плотности воды. В кораблях (рис. 217, *а*) для этого создают водонепроницаемые отсеки, заполненные воздухом. А для того чтобы подводная лодка (рис. 217, *б*) могла идти как в надводном, так и в подводном режиме, в ее конструкции (рис. 218) предусматривают возможность «управления» ее средней плотностью $\langle\rho_т\rangle$. Чтобы двигаться под водой, нужно увеличить среднюю плотность $\langle\rho_т\rangle$. Для этого специальные *балластные отсеки* лодки заполняют водой. Чтобы уменьшить среднюю плотность, воду из этих отсеков вытесняют сжатым воздухом (рис. 218).

а
б


Рис. 217

Для морских и речных судов существует максимальная глубина безопасного погружения. Ее называют *предельной осадкой*. Уровень погружения при предельной осадке отмечают на борту судна красной линией — *ватерлинией* (рис. 217, *а*).

Масса воды $m_в$, вытесненной погруженным до ватерлинии судном, называется *водоизмещением судна*.

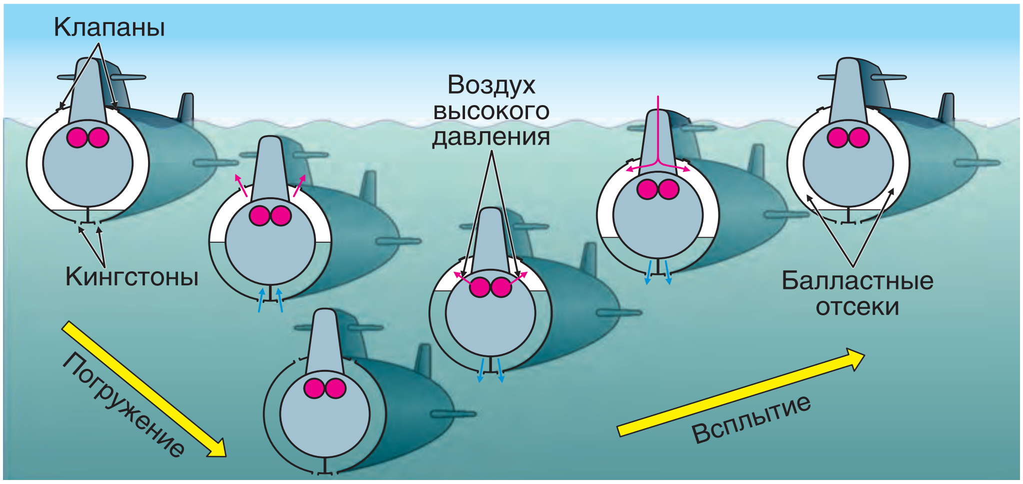


Рис. 218

Знаменитый «Титаник» имел водоизмещение $m_в$ = 46 300 т.

Осадка судна в незагруженном состоянии меньше предельной, а при наличии максимально допустимого груза — равна ей. Соответственно, масса корабля m без груза меньше его водоизмещения $m_в$. Разность $m_в - m = m_{гр}$, равная массе максимально допустимого груза, называется *грузоподъемностью* судна. Современные морские танкеры, перевозящие нефть, имеют грузоподъемность 500 000 т и больше.

А что такое *воздухоплавание*? В отличие от *авиации*, в которой для полета используют устройства тяжелее воздуха (самолеты, вертолеты), *воздухоплавание* осуществляется с помощью таких летательных аппаратов, как воздушные шары, дирижабли и т. д.

Как и для плавания судов, основой воздухоплавания служит использование силы Архимеда.

Для любознательных

Первый воздушный шар (рис. 219) был изобретен во Франции братьями Монгольфье и успешно запущен в 1782 г. Внизу шара было отверстие, под которым находилась жаровня с горячими углями. Воздух внутри шара постепенно нагревался, расширялся, и часть его уходила из шара. Его средняя плотность становилась меньше плотности воздуха снаружи, и шар поднимался вверх. Такие воздушные шары не могли подняться на большие высоты.

Рис. 219

Как увеличить высоту подъема шара? Для этого современные шары наполняют не теплым воздухом, а гелием (его плотность примерно в 7 раз меньше плотности воздуха). Выталкивающая сила становится достаточной, чтобы шар с грузом мог подняться в стратосферу.

Рис. 220

Рис. 221

Разность между силой Архимеда и силой тяжести ненагруженного воздушного шара равна весу груза, который шар может поднять, т. е. его *подъемной силе*.

Почему летательные шары заполняют не водородом — самым легким из газов, а гелием? Потому, что водород (в отличие от гелия) образует с воздухом крайне взрывоопасную смесь!

Воздушные шары, поднимающиеся на сравнительно небольшие высоты, называются *аэростатами*, а на большие (более 11 км, где начинается стратосфера) — *стратостатами*. Аппараты, использующие в дополнение к силе Архимеда силу тяги двигателей, снабженных пропеллерами, называются *дирижаблями* (рис. 220).

Воздухоплавание нашло свое практическое применение. Запуская шары-зонды, снабженные датчиками, метеорологи получают информацию о температуре, давлении, о загрязненности атмосферы на различных высотах. Дирижабли применяются для перевозки крупногабаритных грузов.

Пользуются популярностью полеты на воздушных шарах в развлекательных целях (рис. 221).

Использование законов физики позволило человеку освоить воздушный и водный океаны. Воздух и вода — самые необходимые составляющие для жизни человека и всего живого мира. Поэтому осваивать воздушные и водные пространства надо экологически грамотно, стараясь не причинить им вреда.

Главные выводы

1. Плавание судов и воздухоплавание основаны на использовании выталкивающей силы (силы Архимеда).
2. Масса воды, вытесненной погруженным до ватерлинии судном, называется водоизмещением судна.
3. Грузоподъемность судна равна разности между водоизмещением и массой ненагруженного судна.
4. Подъемная сила воздушного шара равна разности между силой Архимеда, действующей на него, и силой тяжести ненагруженного шара.

Контрольные вопросы

1. Что такое ватерлиния?
2. Можно ли, сравнив положение ватерлиний двух равных по размерам судов, судить об их грузоподъемности? Водоизмещении?
3. Почему для увеличения высоты подъема воздушного шара с него приходится сбрасывать груз (балласт)?
4. Подъемная сила воздушного шара F = 2,5 кН. Что это значит?

Пример решения задачи

Площадь льдины $S = 5{,}0$ м^2. На сколько увеличится глубина погружения льдины, если на нее ляжет морской котик массой m = 100 кг?

Дано:	Решение
$S = 5{,}0$ м^2 m = 100 кг	
Δh — ?	

На льдину в воде действуют сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила Архимеда $\vec{F}_А$ (рис. 222). В состоянии равновесия $F_т = F_А$. После того как на льдину ляжет морской котик, на нее подействует сила давления $\vec{F}_д$, равная весу $\vec{P}$ котика: $\vec{F}_д = \vec{P}$. Льдина погрузится глубже в воду. При этом увеличится сила Архимеда, действующая на льдину: $\Delta F = \rho_ж g \Delta V = \rho_ж g S \Delta h$. Увеличение силы Архимеда обусловлено весом морского котика: $\Delta F = P$. Так как $P = mg$, то $\Delta F = mg$ или $\rho_ж g S \Delta h = mg$. Отсюда

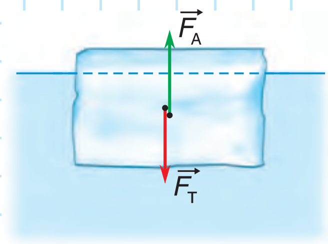


Рис. 222

$$\Delta h = \frac{m}{\rho_ж S} = \frac{100\ \text{кг}}{1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5\ \text{м}^2} = 0{,}02\ \text{м} = 2\ \text{см}.$$

Ответ: Δh = 2 см.

Упражнение 23

1. Определите положение центра тяжести однородных тел, изображенных на рисунке 223.

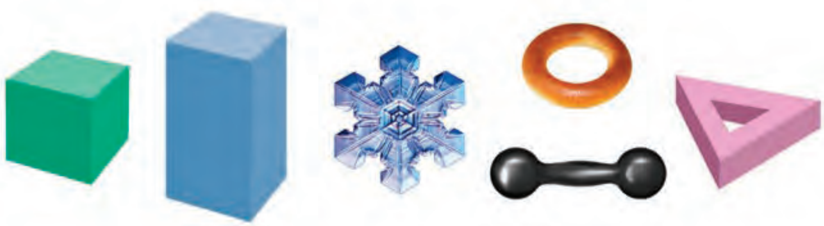


Рис. 223

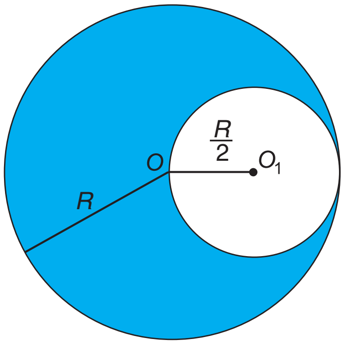


Рис. 224

2. Одна половина прямоугольного бруска длиной $l = 20$ см состоит из меди, другая — из алюминия. Определите положение центра тяжести бруска. Плотность меди $\rho_{м} = 8{,}9\ \frac{г}{см^3}$, алюминия $\rho_{ал} = 2{,}7\ \frac{г}{см^3}$.

3. Из однородной пластинки в виде круга радиусом R вырезано круглое отверстие радиусом $\frac{R}{2}$ (рис. 224). На каком расстоянии от точки O находится центр тяжести пластинки?

4. Объем части катера, погруженного до ватерлинии, $V = 15$ м^3. Определите водоизмещение катера.

5. Определите выталкивающую силу, действующую на шар-зонд объемом $V = 8{,}0$ м^3, заполненный гелием. Масса оболочки шара $m = 0{,}80$ кг. Какой груз может поднять этот шар? Способен ли он подниматься на неограниченную высоту?

6. Докажите, что подводная часть айсберга составляет 90 % его объема.

7. Изменится ли глубина погружения лодки после опускания в воду якоря? Рассмотрите два случая: а) якорь еще не достиг дна; б) якорь лежит на дне.

8. Оцените размеры дирижабля, который мог бы поднять груз массой $m = 50$ т.

9. Используя интерактивную модель «Условия плавания тел», определите, в каких жидкостях плавает шарик из пробки, пластилина, свинца и золота. Объясните результаты опытов.

Темы проектных заданий по главе «Основы статики»

1. Античная механика.
2. Простые механизмы в моем доме.
3. Мифы и легенды физики.
4. Законы статики в конструкции велосипеда.
5. Как одному погрузить в кузов машины тяжелую бочку?
6. Плавание судов и закон Архимеда.
7. От дельтаплана до самолета.
8. Почему айсберги не тонут?

4

Законы сохранения

- Почему ремни безопасности уменьшают силу удара при столкновении?
- Почему по наклонной лестнице подниматься легче, чем по вертикальной?
- Зачем при подъеме в гору водитель груженого автомобиля включает первую передачу и переходит на малую скорость движения?
- Как можно перемещаться в открытом космосе?

§ 31. Импульс тела. Импульс системы тел

Еще в XVII в. в механике появилось понятие «количество движения». В настоящее время количество движения тела называют **импульсом тела** (от латинского *impulses* — толчок). Чему он равен? Как его можно изменить?

В механике Ньютона **импульсом тела называется векторная величина, равная произведению массы тела на скорость его движения:**

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}. \qquad (1)$$

Импульс тела направлен так же, как скорость движения тела. Единица импульса в СИ — *1 килограмм-метр в секунду* $\left(1\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}\right)$.

Из определения следует, что импульс зависит и от скорости, и от массы. Например, импульс груженого самосвала БЕЛАЗ гораздо больше импульса движущегося с такой же скоростью автомобиля (рис. 225).

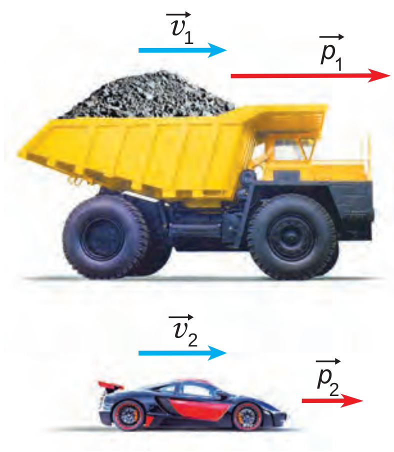


Рис. 225

Согласно первому закону Ньютона скорость движения тела, на которое не действуют силы или действие сил скомпенсировано, постоянна. Значит, в этом случае постоянен и его импульс. Изменить импульс тела можно, только приложив к нему силу.

Рассмотрим пример. Тележку массой m, имеющую начальную скорость $\vec{v}_1$, в течение промежутка времени Δt разгоняют, действуя постоянной силой $\vec{F}$ (рис. 226). На сколько изменится импульс тележки?

Найдем результирующую силу, действующую на тележку. Силами сопротивления можно пренебречь, сила реакции $\vec{N}$ и сила тяжести $m\vec{g}$ (рис. 226) компенсируют друг друга. Тогда по второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

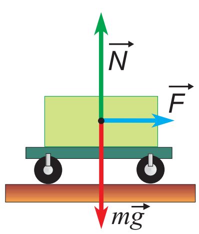


Рис. 226

Подставляя в эту формулу ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$, получим $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t$. Действие силы $\vec{F}$ привело к изменению импульса тележки:

$$\boxed{\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t}. \qquad (2)$$

Величину $\vec{F}\Delta t$ называют *импульсом силы*.

Импульс силы — это векторная величина, равная произведению силы на время ее действия.

Формула (2) выражает *закон изменения импульса тела.*

Изменение импульса тела равно импульсу результирующей всех сил, приложенных к нему.

Из данного закона следует:

- изменение импульса тела $\Delta\vec{p}$ направлено так же, как результирующая сила $\vec{F}$;
- изменение импульса тела тем больше, чем больше приложенная к нему сила и чем продолжительнее время ее действия.

Формулу (2) можно записать в виде

$$\boxed{\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}}. \quad (3)$$

Для любознательных

Равенство $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$ соответствует формулировке, которая была дана второму закону динамики самим Ньютоном: «Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по прямой, по которой эта сила действует».

Закон изменения импульса объясняет целый ряд явлений повседневной жизни.

Проделаем простой опыт. Возьмем две нити: обычную 1 и резиновую 2 (рис. 227) одинаковой прочности и длины. Привяжем их к одинаковым грузам и дадим грузам возможность падать с одинаковой высоты. Нить 1 порвется, а нить 2 — нет (рис. 227). Почему это происходит?

Дело в том, что промежуток времени торможения Δt для груза на обычной нити 1 был во много раз меньше, чем для груза на резиновой, легко деформируемой нити 2. Из формулы (3) следует, что сила F тем больше, чем меньше Δt (при равных изменениях импульса). Значит, на обычную нить действовала бóльшая сила.

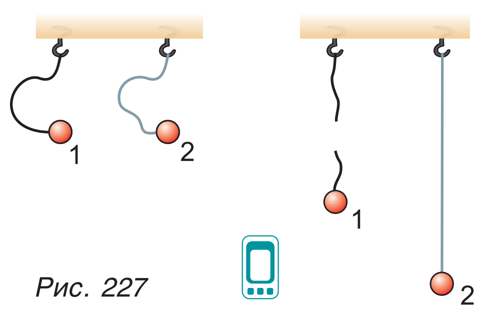


Рис. 227

Это необходимо учитывать в технике. Нельзя делать резких рывков при подъеме грузов и при буксировке транспортных средств. Может произойти обрыв троса.

Чтобы избежать тяжелых последствий при столкновениях, следует уменьшить силу или увеличить время, за которое импульс уменьшится до

Рис. 228

Рис. 229

Рис. 230

нуля. Для этой цели вагоны снабжают буферными пружинными амортизаторами (рис. 228), автомобили — бамперами, ремнями безопасности, автоматически срабатывающими воздушными подушками (рис. 229).

И наоборот, для получения больших сил используют удар, при котором импульс изменяется за очень малый промежуток времени Δt (см. формулу (3)). Примерами служат забивание свай падающим молотом (рис. 230), разрушающее действие пуль, снарядов и т. д.

Мы рассмотрели изменение импульса одного тела. А как изменяется суммарный импульс нескольких тел?

В механике группу из нескольких тел называют *механической системой*. Тела, не входящие в систему, называются *внешними телами*.

Например, механической системой является пассажирский вагон (рис. 231). В механическую систему «вагон» входят: корпус вагона, люди, находящиеся в вагоне, багаж и т. д. Внешними телами будут: Земля, локомотив, рельсы, остальные вагоны поезда и т. д.

Силы взаимодействия тел системы друг с другом называют *внутренними*. Например, в системе «вагон» внутренней будет сила, с которой багаж давит на полку, и сила, с которой полка действует на багаж. Силы, действующие на тела системы со стороны внешних тел, называют *внешними силами*. Например, сила тяжести, с которой Земля действует на багаж, — это внешняя сила.

Каждое из тел механической системы имеет свой импульс. Векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, называется *импульсом механической системы*:

$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n,$$

где n — количество тел системы.

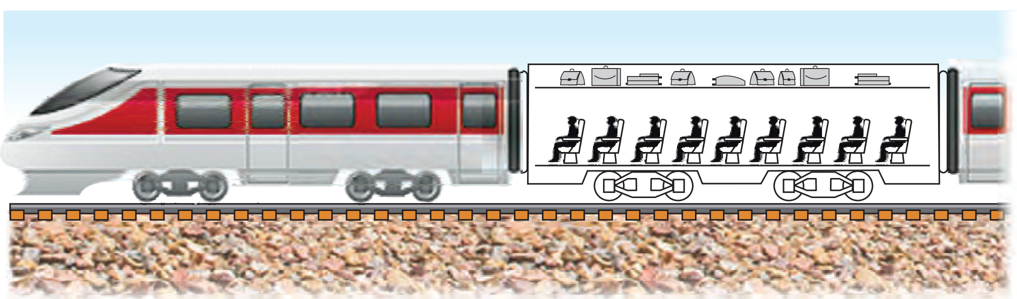


Рис. 231

Рассмотрим систему из двух тел (1 и 2) (рис. 232). Силы их взаимодействия $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ — это внутренние силы. Пусть на тела 1 и 2 действуют также и внешние силы. Обозначим их $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 232). За время Δt из-за действия сил произойдет изменение импульса:

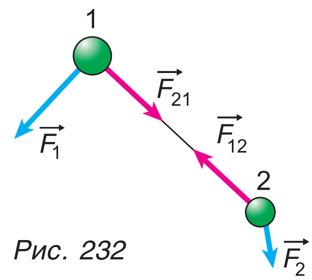


Рис. 232

- для тела 1: $\Delta\vec{p}_1 = \left(\vec{F}_{21} + \vec{F}_1\right)\Delta t$;
- для тела 2: $\Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_2\right)\Delta t$;
- для всей системы: $\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_{21} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_2\right)\Delta t$.

По третьему закону Ньютона силы взаимодействия тел $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. С учетом этого

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)\Delta t = \vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t.$$

А если в механическую систему входит больше двух тел? Сумма всех внутренних сил будет по-прежнему равна нулю, а изменение импульса механической системы

$$\boxed{\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t}, \qquad (4)$$

где $\vec{F}_{\text{внеш}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$ — результирующая всех внешних сил, действующих на тела системы.

Формула (4) выражает *закон изменения импульса механической системы*.

Изменение импульса механической системы равно импульсу результирующей внешних сил.

Таким образом, *только внешние силы* могут вызвать изменение импульса механической системы. Внутренние силы не изменяют импульс механической системы в целом, но могут изменить импульс отдельных тел системы.

Ответьте самостоятельно: какая сила увеличивает импульс вагона на участке разгона? Какие силы уменьшают импульс вагона при его торможении? Могут ли пассажиры, находящиеся в вагоне, вызвать изменение импульса механической системы «вагон»?

Главные выводы

1. Импульс тела — это векторная величина, равная произведению массы тела на скорость его движения.
2. Направление импульса тела совпадает с направлением его скорости.
3. Изменение импульса тела равно импульсу результирующей всех сил, приложенных к нему.
4. Изменить импульс механической системы могут только внешние силы. Это изменение равно импульсу результирующей внешних сил.

? Контрольные вопросы

1. Что такое импульс тела? Как он направлен? В каких единицах измеряется?
2. Как можно изменить импульс тела? Чему равно это изменение? Куда оно направлено?
3. Что такое механическая система? Чему равен ее импульс?
4. Что такое внутренние силы? Внешние силы?
5. Какие силы могут вызвать изменение импульса механической системы? Почему?

Пример решения задачи

Шарик массой $m = 0{,}10$ кг свободно падает без начальной скорости с высоты $h = 0{,}20$ м на горизонтальную плиту и отскакивает от нее. Считая, что модули скорости шарика перед ударом и сразу после удара равны (рис. 233), определите среднюю силу, с которой шарик во время удара действовал на плиту. Время соударения $\Delta t = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ с; $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

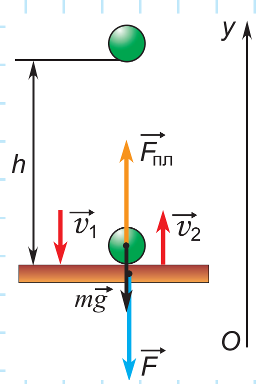


Рис. 233

Дано:

$m = 0{,}10$ кг
$h = 0{,}20$ м
$\Delta t = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ с
$v_2 = v_1$
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

F — ?

Решение

Так как на шарик во время удара действуют сила тяжести и сила, приложенная к нему со стороны плиты, то изменение импульса шарика за время удара $\Delta\vec{p} = \left(m\vec{g} + \vec{F}_{пл}\right)\Delta t$, где $\vec{F}_{пл}$ — средняя сила действия плиты на шарик.

Отсюда

$$\vec{F}_{пл} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} - m\vec{g} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} - m\vec{g},$$

где $\vec{v}_1$ — скорость шарика перед ударом, а $\vec{v}_2$ — сразу после удара.

В проекции на ось Oy:

$$F_{пл} = \frac{mv_2 - (-mv_1)}{\Delta t} + mg = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + mg.$$

Так как шарик свободно падал без начальной скорости с высоты h, то $v_1 = \sqrt{2gh}$. По условию задачи $v_2 = v_1$. Значит,

$$F_{пл} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg.$$

По третьему закону Ньютона средняя сила, с которой шарик во время удара действовал на плиту, $\vec{F} = -\vec{F}_{пл}$. В результате для модуля F получим:

$$F = F_{пл} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg =$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}10\ кг \cdot \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{м}{с^2} \cdot 0{,}20\ м}}{5{,}0 \cdot 10^{-3}\ с} + 0{,}10\ кг \cdot 10\ \frac{м}{с^2} = 81\ Н.$$

Сила, с которой шарик во время удара действовал на плиту, направлена по вертикали вниз. Модуль средней силы удара в 81 раз больше, чем вес покоящегося шарика.

Упражнение 24

1. Футбольный мяч массой $m = 0{,}45$ кг влетает в ворота со скоростью $v = 12\ \frac{м}{с}$. Определите импульс мяча.

2. При движении по прямолинейному участку шоссе модуль скорости движения автомобиля массой $m = 1{,}0$ т изменился от $v_1 = 36\ \frac{км}{ч}$ до $v_2 = 72\ \frac{км}{ч}$. Определите модуль изменения импульса автомобиля. Чему равна результирующая всех сил, приложенных к автомобилю, если он разгонялся равноускоренно в течение времени $t = 3{,}0$ мин?

3. Легкоатлет массой m бежит по круговой дорожке со скоростью, модуль которой v постоянен. Определите модуль изменения импульса легкоатлета за каждый из промежутков времени: $\Delta t_1 = \frac{T}{4}$, $\Delta t_2 = \frac{T}{2}$, $\Delta t_3 = T$, где T — время пробега одного круга.

4. Молекула массой $m = 2{,}0 \cdot 10^{-26}$ кг летит со скоростью, направленной под углом $\alpha = 60°$ к поверхности стенки сосуда. Модуль скорости $v = 450\ \frac{м}{с}$. После удара о стенку молекула под таким же углом без изменения модуля скорости отскакивает от нее. Определите модуль изменения импульса молекулы.

5. В книге Э. Распе «Приключения барона Мюнхгаузена» приведен рассказ барона: «Однажды попробовал я перепрыгнуть через болото верхом на коне. Но конь не допрыгнул до берега, и мы шлепнулись в жидкую грязь. Шлепнулись и стали тонуть... Что было делать?.. Схватив себя за волосы, я изо всех сил дернул вверх и без большого труда вытащил из болота и себя, и своего коня, которого сжал обеими ногами...» Докажите, что такой способ спасения невозможен.

6. Может ли модуль импульса системы из двух тел быть меньше модуля импульса одного тела системы? Почему?

§ 32. Закон сохранения импульса. Реактивное движение

Знаменитый французский философ и математик Рене Декарт (1596—1650) утверждал: «Во Вселенной есть известное количество движения, которое никогда не изменяется. И если одно тело приводит в движение другое, то оно теряет столько своего движения, сколько его сообщает». Как вывести это утверждение из закона изменения импульса?

В предыдущем параграфе мы доказали, что импульс системы тел может измениться только под действием внешних сил:

$$\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t. \qquad (1)$$

А если результирующая внешних сил $\vec{F}_{\text{внеш}} = \vec{0}$? Тогда изменение импульса $\Delta\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{0}$, и импульс системы остается постоянным:

$$\boxed{\vec{p}_{\text{сист}} = \overrightarrow{\text{const}}}. \qquad (2)$$

Векторное равенство (2) выражает *закон сохранения импульса*. **Импульс механической системы сохраняется, если результирующая внешних сил, действующих на нее, равна нулю.**

В каких случаях можно применять закон сохранения импульса? Прежде всего — когда на систему вообще не действуют внешние силы. Такие системы называют *замкнутыми*. Импульс замкнутой системы не изменяется (сохраняется), как и утверждал Декарт.

Реальные механические системы не бывают замкнутыми. На все окружающие нас тела действует Земля, на Землю действует Солнце и т. д. Однако закон сохранения импульса можно применять и для незамкнутых систем, если:

- внешние силы действуют, но их результирующая $\vec{F}_{\text{внеш}} = \vec{0}$;
- системы «замкнуты» в данном направлении, т. е. проекция $\vec{F}_{\text{внеш}}$ на это направление равна нулю. В этом случае сохраняется проекция импульса $\vec{p}_{\text{сист}}$ на это направление;
- внешние силы малы или ими можно пренебречь.

Например, закон сохранения импульса применяют при решении задач о столкновениях тел, выстрелах и т. д., когда в течение крайне малых промежутков времени внутри системы возникают огромные силы. Рассмотрим пример. Деревянный кубик массой M лежит на горизонтальном столе. В кубик попадает пуля массой m

и застревает в нем (рис. 234). Скорость пули $\vec{v}_0$ перед соударением горизонтальна. Требуется найти скорость $\vec{v}$, которую приобрел кубик.

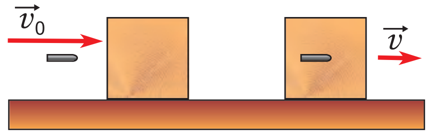


Рис. 234

Замкнута ли система «кубик + пуля»? Нет. Но сила тяжести системы скомпенсирована силой реакции опоры, а сила трения кубика о стол мала. Значит, величиной $\vec{F}_{\text{внеш}}\Delta t$ (где Δt — время соударения) можно пренебречь и приравнять импульс системы «кубик + пуля» до соударения (равный $m\vec{v}_0$) к импульсу этой системы после соударения $(m + M)\vec{v}$:

$$m\vec{v}_0 = (m + M)\vec{v}.$$

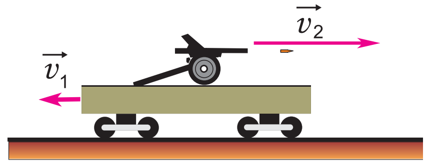


Рис. 235

Значит, скорость кубика вместе с пулей после удара

$$\vec{v} = \frac{m}{m + M}\vec{v}_0. \quad (3)$$

Соударение, в результате которого тела объединяются и ведут себя как единое целое, называют *абсолютно неупругим ударом*.

Рассмотренный пример — частный случай такого удара. Другими примерами являются соединение вагонов при сцепке, слипание пластилиновых шариков при соударении и т. д.

Рассмотрим теперь пример, в котором происходит не объединение, а разделение частей системы.

На горизонтальном рельсовом пути стоит платформа (рис. 235) с закрепленной на ней пушкой. Установка может свободно катиться по рельсам. Ствол орудия горизонтален. Пушка производит выстрел. Платформа приобретает скорость, направленную противоположно скорости снаряда.

Как найти скорость $\vec{v}_1$ платформы? Сила тяжести, действующая на установку, компенсирована силой реакции рельсов. Трением качения можно пренебречь. Значит, как и в предыдущем примере, можно применить закон сохранения импульса.

Так как импульс системы до выстрела был равен нулю, то после выстрела:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \vec{0}, \quad (4)$$

где m_1 — масса установки, m_2 — масса снаряда, $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — их скорости после выстрела (рис. 235). Из равенства (4) находим скорость платформы:

$$\vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1}\vec{v}_2. \quad (5)$$

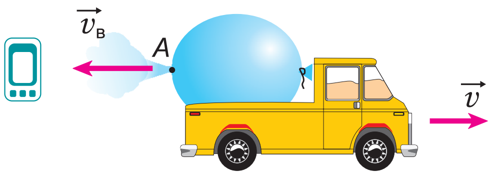


Рис. 236

Рис. 237

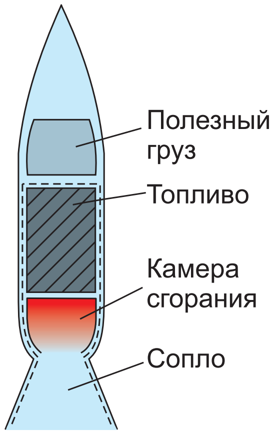


Рис. 238

Почему платформа пришла в движение? Потому что пороховые газы, образовавшиеся в канале ствола при выстреле, действовали как на снаряд, так и на пушку. Сила, приложенная к пушке, вызвала движение платформы с пушкой в направлении, противоположном движению снаряда («отдачу»). Аналогичное явление можно наблюдать на простом опыте. Прикрепим к игрушечному автомобилю надутый воздушный шарик (рис. 236). Проколем его в точке A иглой. Образуется струя воздуха, вырывающегося из шарика, и автомобиль приходит в движение. Оно возникло при отделении от тела его части со скоростью, не равной нулю. Его называют *реактивным движением*, а силу, ускоряющую тело, — *реактивной силой*.

Реактивная сила возникает при отделении от тела какой-либо его части со скоростью, не равной нулю (относительно тела).

Устройство, создающее реактивную силу, называется ***реактивным двигателем***.

Реактивными двигателями оснащены скоростные самолеты, современные космические корабли (рис. 237). Упрощенная схема реактивного двигателя показана на рисунке 238.

Какую скорость $\vec{v}$ приобретет ракета массой m_1, если ее двигатель выбросит порцию газа массой m со скоростью $\vec{v}_г$?

По закону сохранения импульса из формулы (5) находим модуль скорости, приобретаемой ракетой:

$$v = \frac{m}{m_1} v_г. \qquad (6)$$

Значит, ракета набирает тем бо́льшую скорость, чем больше скорость истечения газов из ее сопла и чем меньше масса ракеты. Отсюда понятна выгода использования многоступенчатых ракет (рис. 238). После выгорания топлива в ступени ее отделяют. Масса ракеты уменьшается, что облегчает ее дальнейший разгон. С помощью многоступенчатых ракет выводят на орбиту искусственные спутники Земли, исследуют околоземное и межпланетное космическое пространство.

Первый в мире искусственный спутник Земли был запущен в 1957 г. в СССР. Первый орбитальный полет человека вокруг Земли совершил летчик-космонавт Ю. Гагарин в 1961 г. Американские астронавты Н. Армстронг и Э. Олдрин в 1969 г. первыми высадились на поверхность Луны.

Ракетно-космические исследования стали неотъемлемой частью современной цивилизации. Среди космонавтов есть уроженцы Беларуси: П. И. Климук, В. В. Коваленок, О. В. Новицкий. С космодрома «Байконур» 22 июля 2012 г. был запущен Белорусский космический аппарат (БКА) — спутник массой 400 кг. Он обеспечивает дистанционное зондирование территории Беларуси путем съемки из космоса.

Главные выводы

1. Если результирующая внешних сил равна нулю, то импульс системы сохраняется.
2. Закон сохранения импульса можно применить к незамкнутым системам, если влиянием внешних сил можно пренебречь.
3. Реактивная сила возникает при отделении от тела какой-либо его части с не равной нулю скоростью.

Контрольные вопросы

1. Что произойдет с импульсом системы, если на нее перестанут действовать внешние силы?
2. В каких случаях к незамкнутой системе можно применять закон сохранения импульса?
3. Какую силу называют реактивной? Приведите примеры.
4. За счет чего увеличивается скорость ракеты в процессе ее движения?
5. Почему для запуска космических кораблей используются многоступенчатые ракеты?

Пример решения задачи

Два вагона массами $m_1 = 10$ т и $m_2 = 20$ т двигались по горизонтальному участку пути навстречу друг другу. Модули скорости движения вагонов $v_1 = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $v_2 = 0{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ соответственно. Определите модуль и направление скорости движения вагонов после срабатывания автосцепки.

Пример решения задачи

Дано:

$m_1 = 10\ т = 1{,}0 \cdot 10^4\ кг$

$m_2 = 20\ т = 2{,}0 \cdot 10^4\ кг$

$v_1 = 0{,}1\ \frac{м}{с}$

$v_2 = 0{,}2\ \frac{м}{с}$

$\vec{v}$ — ?

Решение

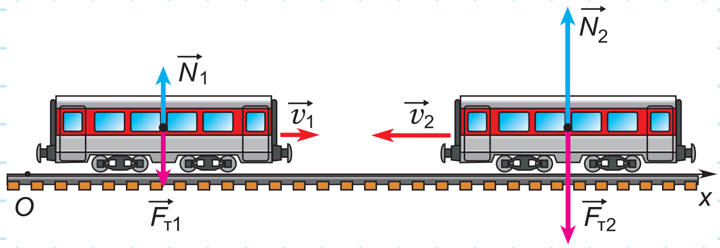


Рис. 239

На систему из двух вагонов (рис. 239) действуют внешние силы: силы тяжести $\vec{F}_{т1} = m_1\vec{g}$ и $\vec{F}_{т2} = m_2\vec{g}$ и компенсирующие их силы реакции рельсов $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$. Силы трения качения малы, ими можно пренебречь.

В итоге сумма внешних сил, действующих на вагоны, равна нулю. Значит, к системе из двух вагонов можно применить закон сохранения импульса: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$. Здесь $\vec{v}$ — скорость вагонов после сцепки. В проекции на ось Ox получим: $m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_x$.

Отсюда $v_x = \dfrac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}$;

$$v_x = \frac{1{,}0 \cdot 10^4\ кг \cdot 0{,}1\ \frac{м}{с} - 2{,}0 \cdot 10^4\ кг \cdot 0{,}2\ \frac{м}{с}}{(1{,}0 + 2{,}0) \cdot 10^4\ кг} = \frac{0{,}1\ \frac{м}{с} - 0{,}4\ \frac{м}{с}}{3{,}0} = -0{,}1\ \frac{м}{с}.$$

Знак «–» указывает на то, что после автосцепки вагоны будут двигаться противоположно направлению оси Ox.

Ответ: скорость $\vec{v}$ направлена противоположно оси Ox; $v = 0{,}1\ \frac{м}{с}$.

Рис. 240

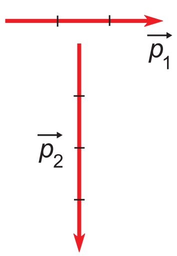


Рис. 241

Упражнение 25

1. На рисунке 240, *а* представлен импульс $\vec{p}$ замкнутой системы из двух взаимодействующих тел в момент времени t. В момент времени $t_1 > t$ импульс первого тела стал равен $\vec{p}_1$ (рис. 240, *б*). Изобразите импульс второго тела системы в момент времени t_1. Каким будет импульс второго тела, если импульс первого тела станет равным $-\vec{p}_1$?

2. Импульсы тел замкнутой системы в момент времени t представлены на рисунке 241. Каков импульс системы в момент времени $t_1 > t$? В момент времени $t_2 > t$?

3. Лодка массой $m_1 = 100$ кг движется по озеру с постоянной скоростью, модуль которой $v_1 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. С лодки прыгает мальчик массой $m_2 = 40$ кг. Определите модуль скорости и направление движения лодки после прыжка мальчика, если мальчик прыгнет:

а) с носа лодки в направлении ее движения со скоростью, модуль которой $v_2 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

б) так же, как в предыдущем случае, но при $v_2 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

в) с кормы в направлении, противоположном движению лодки, при $v_2 = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите также направление и модуль скорости, с которой должен прыгнуть мальчик, чтобы лодка остановилась. Все скорости рассматриваются в системе отсчета «берег». В этой и последующих задачах силой сопротивления воды пренебречь.

4. На озере в состоянии покоя находится плот массой $m_1 = 300$ кг. На плоту стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Определите расстояние, на которое относительно берега переместится плот, если человек пройдет по плоту путь $s = 6{,}0$ м перпендикулярно берегу.

5. Сын с отцом сидят в неподвижной лодке на расстоянии $l = 3{,}0$ м друг от друга и ловят в озере рыбу. Куда и на сколько сместится лодка, если сын с отцом поменяются местами? Масса отца $m_1 = 80$ кг, масса сына $m_2 = 40$ кг, масса лодки $M = 50$ кг.

6. Мальчик массой $m_1 = 50$ кг, бегущий со скоростью, модуль которой $v_1 = 6{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, догоняет тележку, движущуюся со скоростью $v_2 = 0{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, и запрыгивает на нее. Масса тележки $m_2 = 30$ кг. Определите скорость движения тележки с мальчиком.

7. В тот момент, когда лодка выплывает из-под моста, в нее вертикально опускают с моста груз массой $m_1 = 40$ кг. Масса лодки $m_2 = 120$ кг, модуль скорости ее движения $v = 2{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Изменится ли скорость лодки после приема груза и на сколько?

8. Механическая система состоит из двух тел. Может ли импульс одного из тел системы быть больше, чем импульс системы? Ответ аргументируйте.

9. Три мальчика бегут друг за другом с одинаковой скоростью. Первый мальчик прыгает в неподвижную тележку, оказавшуюся на его пути. Тележка приобретает скорость $v_1 = 1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Затем в эту же тележку прыгает второй мальчик, и скорость движения тележки становится $v_2 = 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. С какой скоростью будет двигаться тележка после того, как в нее запрыгнет третий мальчик? Массы мальчиков одинаковы. Трение не учитывать.

§ 33. Механическая работа. Мощность

В 7-м классе вы познакомились с физической величиной, называемой «механическая работа». Вы узнали, что, в случае когда направление силы F совпадает с направлением движения, работа, которую совершает эта сила, определяется по формуле:

$$A = Fs.$$

А если сила направлена под углом к перемещению? Как определить работу в этом случае?

Рассмотрим пример. Трактор передвигает бетонный блок, действуя на него силой $\vec{F}$ (рис. 242). Сила составляет угол α с перемещением блока $\Delta\vec{r}$. Разложим силу $\vec{F}$ на две составляющие: перпендикулярную перемещению $\vec{F}_\perp$ и параллельную ему $\vec{F}_r$.

В направлении силы $\vec{F}_\perp$ блок не перемещается. Эта сила работы не совершает. Значит, работа силы $\vec{F}$ равна работе ее составляющей $\vec{F}_r$, которая направлена по движению блока:

$$A = F_r\Delta r.$$

Так как $F_r = F\cos\alpha$ (рис. 242), то

$$\boxed{A = F\Delta r\cos\alpha}. \qquad (1)$$

Механическая работа равна модулю силы, умноженному на модуль перемещения и на косинус угла между силой и перемещением.

Работа — скалярная величина.

Единицей работы в СИ является *1 джоуль* (1 Дж). Он равен работе, совершаемой силой 1 ньютон при перемещении тела на 1 метр в направлении этой силы (1 Дж = 1 Н · м).

Работа силы может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Это зависит от угла между силой и перемещением. Из формулы (1) следует:

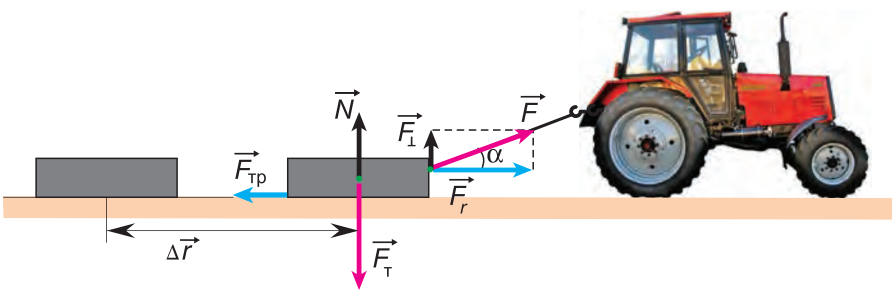


Рис. 242

- если угол α острый, то $\cos\alpha > 0$ и работа положительна;
- если прямой — равна нулю ($\cos\alpha = 0$);
- если тупой — отрицательна ($\cos\alpha < 0$).

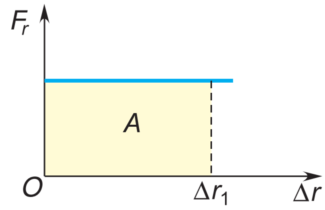


Рис. 243

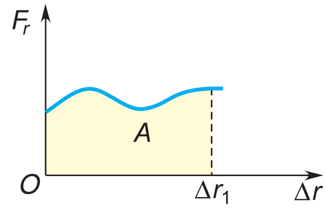


Рис. 244

В нашем примере на бетонный блок, кроме силы натяжения троса $\vec{F}$, действуют: сила тяжести $\vec{F}_т$, сила реакции $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 242). Какой будет работа каждой из этих сил? Определите самостоятельно.

Построим график зависимости проекции силы F_r от модуля перемещения Δr при $F_r = \text{const}$ (рис. 243). Площадь закрашенного прямоугольника численно равна работе, совершенной этой силой при перемещении Δr_1.

А если сила — переменная величина? В этом случае работа силы также определяется площадью фигуры под графиком зависимости силы F_r от модуля перемещения Δr (рис. 244).

Подсчитаем работу для двух практически важных случаев.

1. Работа по подъему тела. Тело массой m равномерно поднимают вверх. Для этого к нему прикладывают силу $\vec{F} = m\vec{g}$ (рис. 245). Работа силы, необходимой для равномерного подъема груза по вертикали на высоту h, равна

$$\boxed{A = mgh}. \qquad (2)$$

2. Работа по деформированию пружины. Растянем пружину жесткостью k внешней силой $\vec{F}$ (рис. 246, *а*). При упругих деформациях модуль внешней силы прямо пропорционален растяжению пружины x, т. е. $F = kx$. Работа силы $\vec{F}$ численно равна площади треугольника OAB на графике зависимости F от x (рис. 246, *б*):

$$\boxed{A = \frac{kx^2}{2}}. \qquad (3)$$

Равенство (3) выполняется и для работы по сжатию пружины.

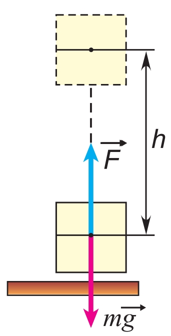


Рис. 245

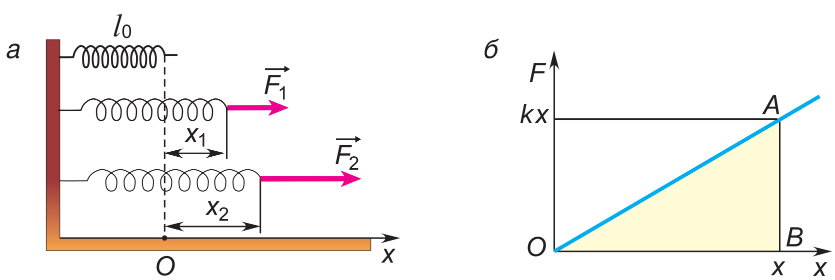


Рис. 246

Для любознательных

Работа силы зависит от выбора системы отсчета. Рассмотрим пример. Вы находитесь в кабине движущегося лифта. Совершает ли работу действующая на вас сила тяжести? Да, если определять работу этой силы в системе отсчета, связанной с Землей. Нет, если системой отсчета является лифт. Докажите это самостоятельно.

Быстроту совершения работы характеризует *мощность*. **Мощностью называют физическую величину, равную отношению работы к промежутку времени, за который работа совершена:**

$$\boxed{P = \frac{A}{\Delta t}}. \qquad (4)$$

Мощность численно равна работе, совершаемой за единицу времени. Единицей мощности в СИ является *1 ватт* (1 Вт) — мощность, при которой работа 1 джоуль совершается за 1 секунду. Широко используются кратные единицы мощности: киловатт (1 кВт $= 1 \cdot 10^3$ Вт), мегаватт (1 МВт $= 1 \cdot 10^6$ Вт). Мощность автомобильных двигателей до сих пор указывают в лошадиных силах (л. с.). 1 л. с. ≈ 736 Вт.

Согласно формуле (4) работа $A = P\Delta t$. Поэтому в качестве единицы работы часто используют *1 киловатт-час* (1 кВт · ч), равный 3 600 000 Дж.

Именно за потребленное количество киловатт-часов (а не киловатт!) электроэнергии мы платим ежемесячно.

Установим связь мощности P со скоростью движения тела v. Из формул $A = F\Delta r\cos\alpha$ и $P = \frac{A}{\Delta t}$ следует формула для определения мощности: $P = \frac{F\Delta r\cos\alpha}{\Delta t}$. Учитывая, что $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$, получим:

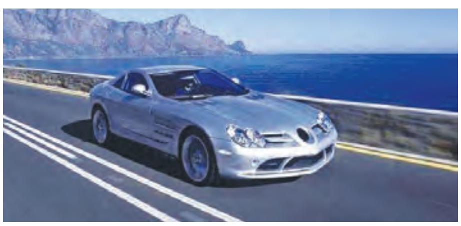
$$\boxed{P = Fv\cos\alpha}. \qquad (5)$$

Равенство (5) показывает, что при одной и той же мощности двигателя можно:

- либо двигаться с большой скоростью при сравнительно малой силе сопротивления движению (рис. 247, *а*);
- либо преодолевать большую силу сопротивления, двигаясь с небольшой скоростью (рис. 247, *б*).

Это используют водители тяжелогруженых машин. При подъеме в гору они уменьшают скорость движения машины, чтобы увеличить силу тяги двигателя.

а



б

Рис. 247

Главные выводы

1. Работа силы равна произведению модулей силы и перемещения на косинус угла между ними.
2. Если угол между силой и перемещением острый, то работа силы положительна, если тупой — отрицательна.
3. Силы, перпендикулярные перемещению тела, работу не совершают.
4. Мощность численно равна работе, совершаемой за единицу времени.
5. Мощность пропорциональна произведению действующей силы и скорости движения тела.

Контрольные вопросы

1. Положительной или отрицательной будет работа силы тяжести, действующей на тело, движущееся вверх? Падающее вниз? Почему?
2. Положительной или отрицательной будет работа силы сопротивления воздуха при движении мяча вверх? При его движении вниз? Почему?
3. Чему равна суммарная работа, которую совершила сила тяжести, действующая на брошенный вверх мяч, при его движении из точки бросания в верхнюю точку и обратно?
4. Совершает ли работу нормальная составляющая силы реакции поверхности, действующая на движущееся по этой поверхности тело? Почему?
5. Можно ли при заданной мощности выиграть и в силе, и в скорости одновременно?

Примеры решения задач

1. Из колодца глубиной $l = 12$ м равномерно поднимают ведро воды массой $m_1 = 10$ кг с помощью каната, каждый метр которого имеет массу $m_0 = 0,20$ кг. Определите совершенную при этом работу. Принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
$m_1 = 10$ кг
$l = 12$ м
$m_0 = 0,20$ кг
$l_0 = 1,0$ м
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

A — ?

Решение

Учтем, что при подъеме ведра различные точки каната проходят разные пути (от $s = 0$ для верхней точки каната до $s = l$ для его нижней точки). Тогда работа против сил тяжести, действующих на ведро и канат:

$$A = m_1 g l + m_2 g \langle s \rangle,$$

где $m_2 = m_0 \frac{l}{l_0}$ — масса каната, $\langle s \rangle = \frac{l}{2}$ — среднее значение пути для точек каната.

Примеры решения задач

Отсюда $A = \left(m_1 + \frac{m_0 l}{2l_0}\right) gl.$

$$A = \left(10\text{ кг} + \frac{0{,}20\text{ кг}\cdot 12\text{ м}}{2\cdot 1{,}0\text{ м}}\right)\cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 12\text{ м} = 1344\text{ Дж} = 1{,}3\text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 1{,}3$ кДж.

2. Автомобиль массой $m = 2{,}0$ т, развивающий мощность $P = 40$ л. с., поднимается в гору с постоянной скоростью, модуль которой $v = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите угол наклона горы к горизонту. Силами сопротивления движению пренебречь. Принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:

$m = 2{,}0\text{ т} = 2{,}0\cdot 10^3\text{ кг}$

$P = 40\text{ л. с.} = 2{,}9\cdot 10^4\text{ Вт}$

$v = 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

α — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 248).

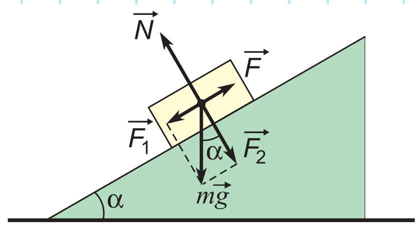


Рис. 248

Мощность двигателя $P = Fv$. Модуль силы F (рис. 248), движущей автомобиль, равен модулю составляющей силы тяжести: $F_1 = mg\sin\alpha$. Тогда мощность $P = mgv\sin\alpha$.

Отсюда $\sin\alpha = \frac{P}{mgv} = \frac{2{,}9\cdot 10^4\text{ Вт}}{2{,}0\cdot 10^3\text{ кг}\cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 3{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 0{,}5;\ \alpha = 30°.$

Ответ: $\alpha = 30°$.

Упражнение 26

1. Какова минимальная работа, необходимая для подъема штанги массой $m = 200$ кг на высоту $h = 2{,}00$ м? Чему равна работа силы тяжести, действовавшей при этом на штангу? Ускорение свободного падения в этой и последующих задачах принять равным $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Определите силу, с которой мальчик переместил тележку по прямолинейному участку пути $s = 20{,}0$ м. Сила постоянна и направлена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Работа, совершенная силой, равна $A = 1{,}73$ кДж.

3. Шарик массой $m = 300$ г скатился по наклонному желобу длиной $l = 1{,}6$ м с верхней точки желоба. При этом сила тяжести совершила работу $A = 2{,}4$ Дж. Определите угол наклона желоба к горизонту.

4. Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы растянуть пружину динамометра на $x = 10$ см, если показания динамометра при такой деформации пружины равны $F = 4$ Н?

5. Чтобы растянуть пружину динамометра на $x = 2$ см, необходимо совершить работу $A_1 = 5$ Дж. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть эту пружину еще на $\Delta x = 2$ см?

6. Поезд, движущийся со скоростью, модуль которой $v = 20{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, начинает тормозить. Сила торможения постоянна, ее модуль $F = 500$ кН. До полной остановки поезд проходит путь $s = 400$ м. Определите массу поезда и работу силы торможения.

7. Шкаф массой $m = 100$ кг необходимо передвинуть на расстояние $l = 3{,}0$ м. Коэффициент трения скольжения шкафа по полу $\mu = 0{,}20$. Определите минимальную работу, которую при этом необходимо совершить.

8. Почему водители груженых автомобилей преодолевают крутые подъемы на малой скорости?

9. Поддон с кирпичами массой $m = 800$ кг равномерно поднимают краном на девятый этаж строящегося дома. Высота одного этажа $h_0 = 3{,}5$ м. Модуль скорости подъема $v = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите работу, которую совершают силы натяжения троса крана при подъеме этого поддона. Какая при этом развивается мощность?

10. Определите работу силы тяги двигателя лифта, который поднимает кабину массой $m = 400$ кг на высоту $h = 15$ м с ускорением, направленным вертикально вверх. Модуль ускорения $a = 0{,}60\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Какую мощность развивает эта сила в конце подъема?

11. Всегда ли действующая на движущееся тело сила совершает механическую работу?

§ 34. Потенциальная энергия

Вы уже знаете, что и для подъема тела на некоторую высоту, и для его деформации необходимо совершить работу. А какая физическая величина характеризует способность тел совершать работу?

Получим ответ, проведя опыт. С помощью нити и блока соединим гирю массой m с цилиндром немного меньшей массы $m_1 \approx m$ (рис. 249, *а*). Гиря опустится на уровень стола, а цилиндр поднимется на высоту h (рис. 249, *б*). За счет чего совершалась работа по подъему цилиндра? За счет работы силы тяжести $m\vec{g}$, с которой Земля притягивала гирю. Значит, способность совершать работу приобрела не гиря сама по себе, а система взаимодействующих тел «гиря + Земля». Мерой этой способности является физическая величина, называемая *потенциальной энергией*.

Потенциальная энергия — это мера способности сил взаимодействия механической системы совершать работу. Обозначим потенциальную энергию символом $E_п$. Она измеряется в тех же единицах, что и работа (в СИ — в *джоулях*). В дальнейшем мы будем говорить о потенциальной энергии тела, понимая, что речь идет о потенциальной энергии системы взаимодействующих тел.

Как определить потенциальную энергию тела?

1. Нужно, прежде всего, определить нулевой уровень, т. е. состояние, в котором потенциальная энергия тела равна нулю. Например, можно принять, что потенциальная энергия гири равна нулю, когда гиря находится на поверхности стола, $h = 0$ (рис. 249).

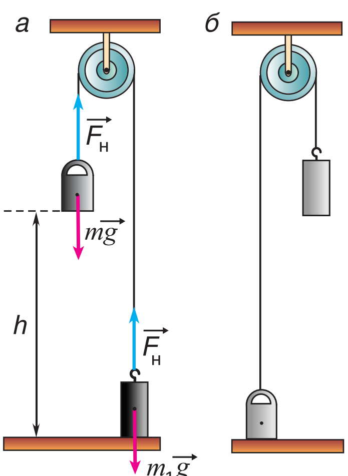


Рис. 249

2. Затем следует найти работу A, которую совершают силы взаимодействия системы «гиря + Земля» при переходе тела из данного состояния в нулевое (в нашем опыте — при перемещении гири с высоты h на поверхность стола). *Эта работа и определяет потенциальную энергию тела*:

$$E_п = A. \qquad (1)$$

В нашем опыте работу A совершала сила тяжести гири $m\vec{g}$. При перемещении гири с высоты h на нулевой уровень работа $A = mgh$. Значит, потенциальная энергия гири:

$$\boxed{E_п = mgh}. \qquad (2)$$

Совпадение выражения mgh с работой по подъему тела (см. § 33) не случайно. Какая работа необходима для подъема тела (рис. 249, *а*), такую работу совершит сила тяжести при возвращении тела обратно (рис. 249, *б*). Определим теперь потенциальную энергию упруго деформированной пружины. Вам известно (§ 33), что работа, необходимая для деформации пружины, $A = \frac{kx^2}{2}$. Значит, потенциальная энергия упруго деформированной пружины:

$$\boxed{E_п = \frac{kx^2}{2}}. \qquad (3)$$

Формула (3) определяет потенциальную энергию любого упругого тела при деформациях сжатия или растяжения.

Для любознательных

Формулы $E_п = mgh$ и $E_п = \frac{kx^2}{2}$ отличаются друг от друга, хотя обе описывают одну и ту же физическую величину — потенциальную энергию. Причина различия этих формул в том, что модуль силы тяжести $F_т = mg$ постоянен (график 1 на рис. 250), а модуль силы упругости $F_{упр} = kx$ изменяется в процессе деформирования (график 3). Поэтому различаются и графики потенциальных энергий: наклонная прямая 2 и участок параболы 4 на рисунке 250.

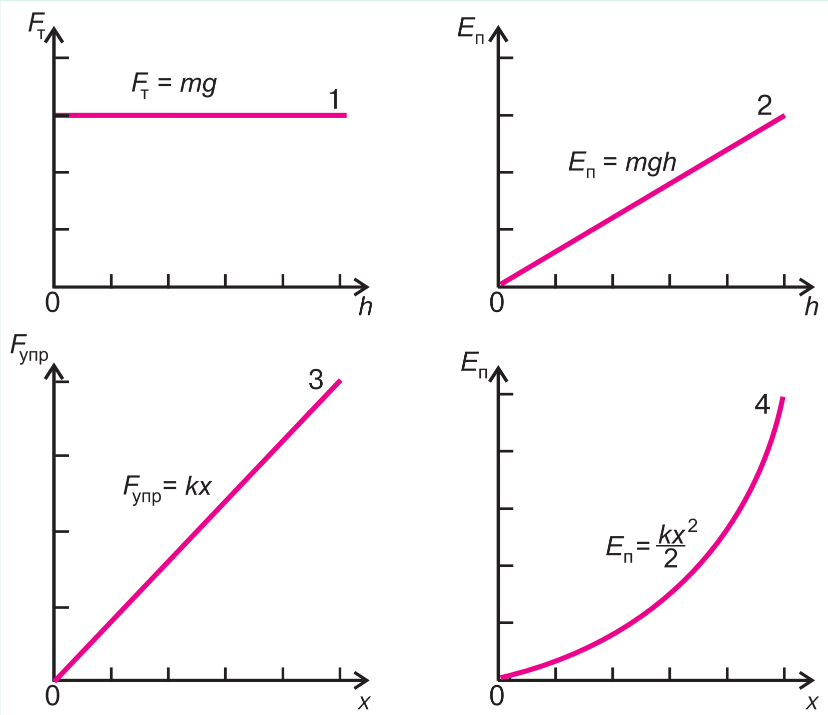


Рис. 250

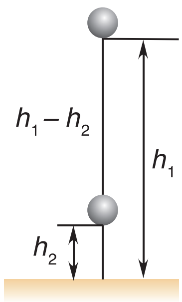


Рис. 251

Рассмотрим еще два свойства потенциальной энергии.

1. Изменение потенциальной энергии и работа силы взаимодействия имеют противоположные знаки.

Например, при движении тела массой m вниз с высоты h_1 до высоты h_2 (рис. 251) работа силы тяжести $A = mg(h_1 - h_2) > 0$. Изменение же потенциальной энергии $\Delta E_п = E_2 - E_1 = mg(h_2 - h_1) < 0$, т. е.

$$\Delta E_п = -A. \quad (4)$$

Это равенство справедливо для всех видов потенциальной энергии.

2. Нулевой уровень потенциальной энергии можно выбрать произвольно. Значение потенциальной энергии зависит от выбора нулевого уровня. Например (см. рис. 249), если за нулевой уровень принять уровень поверхности пола, а не поверхности стола, то при высоте стола, равной H, потенциальная энергия гири увеличится на mgH. Однако изменение потенциальной энергии $\Delta E_п$ (формула (4)) от выбора нулевого уровня не зависит (докажите это самостоятельно). В каждом конкретном случае нулевой уровень выбирают так, чтобы решать задачу было проще.

Главные выводы

1. Потенциальная энергия характеризует способность тела совершать работу.
2. Потенциальная энергия равна работе силы взаимодействия, совершаемой при переходе тела из данного состояния на нулевой уровень.
3. Изменение потенциальной энергии равно работе силы взаимодействия, взятой с противоположным знаком.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях тело обладает потенциальной энергией?
2. Как определить потенциальную энергию любого тела? От чего она зависит?
3. Чему равна потенциальная энергия тела в системе «тело + Земля»?
4. Чему равна потенциальная энергия упруго деформированного тела?

Пример решения задачи

Недеформированную пружину жесткостью $k = 200\ \frac{Н}{м}$ растянули от начальной длины $l_0 = 16$ см до длины $l = 20$ см. Определите работу внешней силы по растяжению пружины, работу силы упругости и изменение потенциальной энергии пружины.

Дано:

$l_0 = 16$ см $= 0{,}16$ м

$l = 20$ см $= 0{,}20$ м

$k = 200\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

$A_{\text{внеш}}$ — ?

$A_{\text{упр}}$ — ?

$\Delta E_{\text{п}}$ — ?

Решение

Сделаем рисунок к задаче (рис. 252).

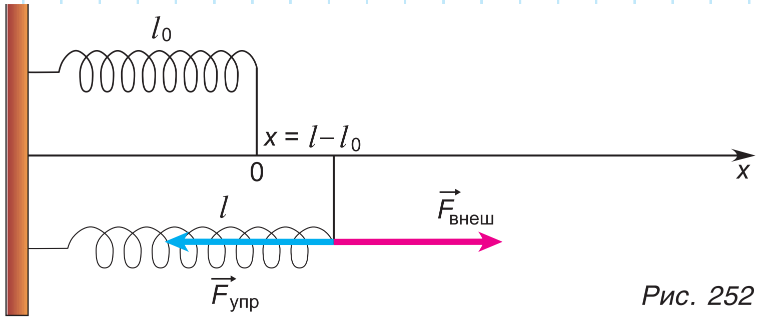


Рис. 252

Работа внешней силы: $A_{\text{внеш}} = \frac{kx^2}{2}$. Из рисунка следует: $x = l - l_0$. Тогда

$$A_{\text{внеш}} = \frac{k(l - l_0)^2}{2} = \frac{200\ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 16{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2}{2} = 0{,}16\ \text{Дж}.$$

Работа силы упругости: $A_{\text{упр}} = -A_{\text{внеш}} = -0{,}16$ Дж.

Изменение потенциальной энергии: $\Delta E_{\text{п}} = A_{\text{внеш}} = 0{,}16$ Дж.

Работа внешней силы пошла на увеличение потенциальной энергии пружины.

Ответ: $A_{\text{внеш}} = 0{,}16$ Дж; $A_{\text{упр}} = -0{,}16$ Дж; $\Delta E_{\text{п}} = 0{,}16$ Дж.

Упражнение 27

1. В результате растяжения пружины на $\Delta l = 8{,}0$ см она приобрела потенциальную энергию $E_{\text{п}} = 0{,}32$ Дж. Определите жесткость пружины.

2. Недеформированная пружина жесткостью $k = 200\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ под действием внешней силы удлинилась на $\Delta l_1 = 3{,}0$ см. Определите работу, которую должна совершить внешняя сила, чтобы удлинить пружину еще на $\Delta l_2 = 2{,}0$ см. Сравните эту работу с работой сил упругости пружины и с изменением ее потенциальной энергии.

3. Определите массу камня, при медленном подъеме которого из ямы глубиной $h = 2{,}0$ м на поверхность совершена работа $A = 100$ Дж. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4. Как нужно изменить расстояние между электрически заряженными шариками (уменьшить или увеличить его), чтобы потенциальная энергия системы возросла? Ответьте на этот вопрос для каждой системы (рис. 253, *а*, *б*, *в*).

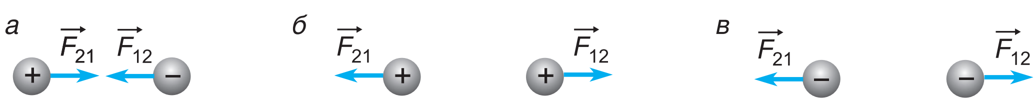


Рис. 253

§ 35. Кинетическая энергия. Полная энергия системы тел

Из 7-го класса вы знаете, что, кроме потенциальной энергии, существует и кинетическая. Она зависит от массы и скорости движения тела. А как она связана с работой?

а

б

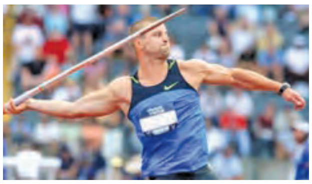


Рис. 254

Обратимся к примерам. Молотком забивают в доску гвоздь (рис. 254, *а*). Движущийся вагон, сталкиваясь с покоящимся, сжимает буферные пружины. Силы, действующие со стороны движущихся молотка, вагона, совершали работу. Значит, движущиеся тела обладают способностью совершать работу. Количественной мерой этой способности является **кинетическая энергия** (обозначается $E_к$).

А как тело приобретает кинетическую энергию? В результате работы, произведенной над ним. Например, при метании молота или копья (рис. 254, *б*) работу совершает мускульная сила спортсмена. Чем больше эта работа, тем сильнее тело разгонится и тем бóльшую кинетическую энергию приобретет.

Кинетическую энергию определяют как величину, равную работе, которую необходимо совершить, чтобы разогнать тело из состояния покоя до данной скорости:

$$E_к = A. \qquad (1)$$

Найдем эту работу. Пусть тело массой m разгоняется из состояния покоя до скорости $\vec{v}$ под действием сил, результирующая которых $\vec{F}_{рез}$ постоянна (рис. 255). Тело будет двигаться равноускоренно, а работа по разгону тела равна:

$$A = F_{рез}\Delta r, \qquad (2)$$

где Δr — модуль перемещения тела. При равноускоренном движении без начальной скорости (§ 12) квадрат скорости тела: $v^2 = 2a\Delta r$, по второму закону Ньютона $a = \frac{F_{рез}}{m}$. Тогда $v^2 = 2\frac{F_{рез}}{m}\Delta r$, откуда $F_{рез}\Delta r = \frac{mv^2}{2}$.

Так как $F_{рез}\Delta r = A = E_к$, то кинетическая энергия тела:

$$\boxed{E_к = \frac{mv^2}{2}}. \qquad (3)$$

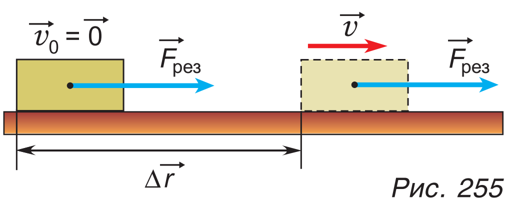


Рис. 255

Кинетическая энергия — величина скалярная. Она зависит от модуля скорости, но не зависит от ее направления. Измеряется в тех же единицах, что и работа (в СИ — в *джоулях*).

А если начальная скорость движения тела $\vec{v}_0 \neq \vec{0}$? Тогда $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$, где $a = \frac{F_{рез}}{m}$. Несложно получить:

$$\boxed{\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A}. \qquad (4)$$

Работа пошла на *изменение* кинетической энергии тела.

Формула (4) выражает *теорему об изменении кинетической энергии*.

Изменение кинетической энергии тела равно работе результирующей всех сил, приложенных к нему.

Так как скорость движения относительна, то кинетическая энергия тоже относительна. Например, кинетическая энергия пассажира, сидящего в вагоне движущегося поезда, равна нулю относительно вагона и отлична от нуля относительно платформы. А что такое полная энергия? Чему она равна?

Рассмотрим пример. Пусть падающий мяч массой m в некоторый момент времени находится на высоте h и имеет скорость $\vec{v}$ (рис. 256).

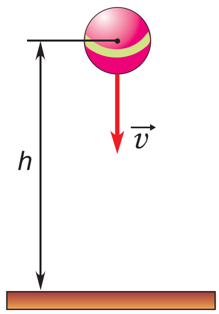


Рис. 256

Найдем сумму кинетической и потенциальной энергии мяча. Эту сумму называют механической энергией тела:

$$E_{мех} = E_к + E_п = \frac{mv^2}{2} + mgh. \qquad (5)$$

Найдена ли полная энергия? Нет.

Как вы уже знаете, все тела состоят из микрочастиц — атомов, молекул и др. Эти частицы участвуют в хаотическом тепловом движении (рис. 257) и взаимодействуют (притягивают и отталкивают друг друга). Сумма кинетической энергии теплового движения микрочастиц и потенциальной энергии их взаимодействия друг с другом называется *внутренней энергией тела* $E_{внутр}$. Значит, полная энергия E тела равна:

$$E = E_{мех} + E_{внутр}. \qquad (6)$$

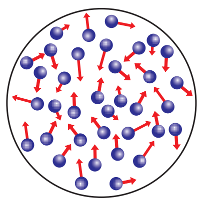


Рис. 257

Главные выводы

1. Кинетическая энергия тела прямо пропорциональна его массе и квадрату скорости его движения.
2. Значение кинетической энергии зависит от выбора системы отсчета.
3. Изменение кинетической энергии равно работе результирующей всех сил, приложенных к телу.
4. Механическая энергия тела есть сумма его кинетической и потенциальной энергии.
5. Полная энергия тела складывается из его механической и внутренней энергии.

? Контрольные вопросы

1. В каком случае тело обладает кинетической энергией?
2. Скалярной или векторной величиной является кинетическая энергия?
3. Чему равно изменение кинетической энергии тела?
4. В каком случае кинетическая энергия тела увеличивается? Уменьшается? Не изменяется?
5. Зависит ли кинетическая энергия от выбора системы отсчета?
6. Что такое механическая энергия системы тел? Внутренняя энергия? Из чего складывается полная энергия системы?

Пример решения задачи

Камень массой $m = 0{,}50$ кг брошен вертикально вверх со скоростью, модуль которой $v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Какой кинетической энергией будет обладать камень через время $t_1 = 1{,}0$ с и $t_2 = 2{,}0$ с от начала движения? Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
$m = 0{,}50$ кг
$v_0 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$t_1 = 1{,}0$ с
$t_2 = 2{,}0$ с
$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$E_{\text{к}1}$ — ?
$E_{\text{к}2}$ — ?

Решение

Найдем модули скорости движения камня v_1 и v_2 при $t_1 = 1{,}0$ с и $t_2 = 2{,}0$ с:

$v_1 = v_0 - gt_1$; $\quad v_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1{,}0\ \text{с} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

$v_2 = v_0 - gt_2$; $\quad v_2 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2{,}0\ \text{с} = 0$.

Кинетическая энергия камня через $t_1 = 1{,}0$ с:

$$E_{\text{к}1} = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{0{,}50\ \text{кг} \cdot 100\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2} = 25\ \text{Дж}.$$

Через $t_2 = 2{,}0$ с: $E_{\text{к}2} = \frac{mv_2^2}{2} = 0$.

Ответ: $E_{\text{к}1} = 25$ Дж; $E_{\text{к}2} = 0$.

Упражнение 28

1. Камень массой $m = 1{,}5$ кг упал в воду. Какой кинетической энергией обладал камень в момент падения в воду, если модуль его скорости в этот момент $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

2. Как изменится кинетическая энергия трамвая, если его скорость увеличится в $k = 2$ раза? Уменьшится в $n = 3$ раза?

3. Брошенный вертикально вверх металлический шарик массой $m = 200$ г вернулся в точку бросания через время $t = 4{,}0$ с. Определите механическую энергию шарика через время $t_1 = 3{,}0$ с от момента бросания. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

§ 36. Закон сохранения энергии

Полная энергия системы складывается из ее механической энергии и внутренней энергии тел, входящих в систему. При каких условиях механическая и полная энергия системы изменяются? Остаются постоянными?

При подъеме тела возрастает его потенциальная энергия, а при увеличении скорости — кинетическая. А могут ли измениться и кинетическая, и потенциальная энергия одновременно? Рассмотрим пример. Будем поднимать со стола гирю массой m (рис. 258) с помощью прочной нити. Для механической системы «гиря + Земля» сила натяжения нити является внешней силой: $\vec{F}_{\text{н}} = \vec{F}_{\text{внеш}}$. При $F_{\text{н}} > mg$ гиря не только поднимется на высоту h, но и увеличит свою скорость от $\vec{v}_0$ до $\vec{v}$. Работа внешней силы вызовет изменение как кинетической, так и потенциальной энергии системы «гиря + Земля». Найдем связь между этими величинами. Примем за нулевой уровень поверхность стола.

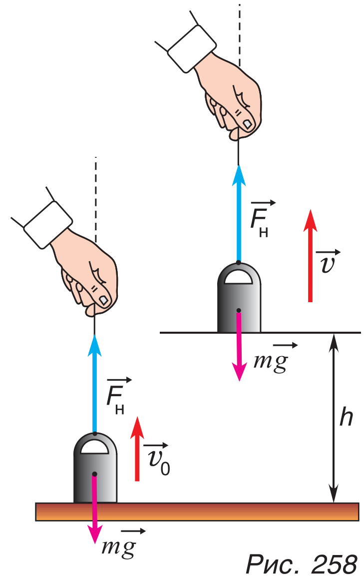


Рис. 258

По теореме об изменении кинетической энергии

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A, \tag{1}$$

где A — работа результирующей силы $\vec{F}_{\text{рез}} = \vec{F}_{\text{н}} + m\vec{g}$, равная:

$$A = (F_{\text{Н}} - mg)h. \tag{2}$$

Из равенств (1) и (2) следует:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + mgh = F_{\text{н}}h, \tag{3}$$

но $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_{\text{к}}$ — изменение кинетической, $mgh = \Delta E_{\text{п}}$ — изменение потенциальной энергии, а $F_{\text{н}}h = A_{\text{внеш}}$ — работа внешней силы. Значит, в нашем примере

$$\boxed{\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{внеш}}}, \tag{4}$$

где $\Delta E_{\text{мех}}$ — изменение механической энергии системы. Это равенство применимо к любой механической системе, в которой действуют только силы тяжести или силы упругости. Внешними силами могут быть любые силы, например сила трения, сила сопротивления.

Изменение механической энергии системы, в которой действуют только силы тяжести или упругости, равно работе внешних сил.

Если система замкнута, т. е. на нее не действуют внешние силы, то из равенства (4) следует $\Delta E_{\text{мех}} = 0$, а, значит, $E_{\text{мех}1} = E_{\text{мех}2}$, или

$$\boxed{E_{\text{мех}} = \text{const}}. \tag{5}$$

Механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только сила тяжести и силы упругости, остается постоянной (сохраняется). Это утверждение называют *законом сохранения механической энергии*.

Отметим, что сохраняются не кинетическая и потенциальная энергия по отдельности, а их сумма. В результате в замкнутой системе при уменьшении (увеличении) кинетической энергии настолько же возрастает (уменьшается) потенциальная: $\Delta E_{\text{к}} = -\Delta E_{\text{п}}$.

Обсудите, как кинетическая энергия переходит в потенциальную и обратно при движении тел, представленных на рисунке 259.

А что происходит, если система замкнута, но среди ее внутренних сил имеются силы трения и силы сопротивления? Проведем простой опыт. Придадим начальную скорость $\vec{v}_0$ деревянному бруску массой m, находящемуся на поверхности стола. Пройдя некоторое расстояние, брусок остановится из-за действия силы трения — внутренней силы системы «брусок + стол» (рис. 260). Несмотря на то что внешняя сила (сила тяжести) работу не совершала, механическая энергия этой системы уменьшилась на величину $m\frac{v_0^2}{2}$.

Из-за сил трения потери механической энергии происходят в любом реальном устройстве. Колебания тел, изображенных на рисунке 259, *б*, *в*, постепенно затухают, при выключенном двигателе теряет скорость автомобиль и т. д.

Исчезает ли при этом механическая энергия бесследно? При движении бруска по столу происходило нагревание бруска и стола. Только оно было мало́, а потому незаметно. При торможении поезда, автомобиля нагреваются тормозные устройства. Под действием сил сопротивления воздуха раскаляются метеориты. При трении друг о друга нагреваются и даже могут плавиться куски льда.

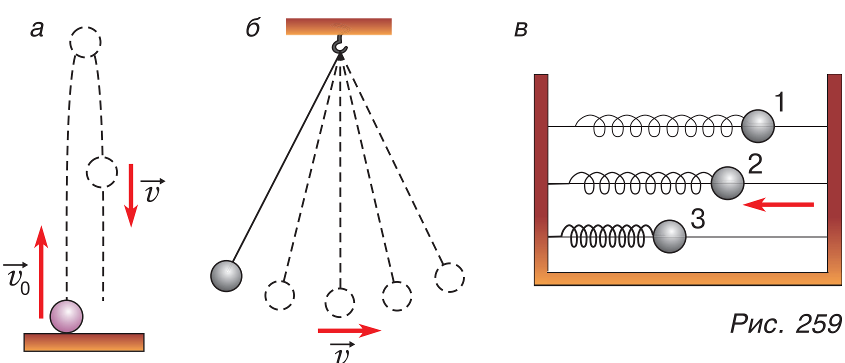


Рис. 259

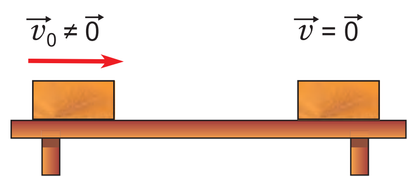


Рис. 260

Нагревание происходит и при неупругих деформациях. Согните и разогните несколько раз подряд металлическую проволоку. Вы почувствуете, что в месте сгиба она нагрелась.

Что общего у всех этих явлений? То, что *действие сил трения и сопротивления приводит к увеличению внутренней энергии тел*. Хаотическое тепловое движение атомов и молекул становится более быстрым — растет внутренняя кинетическая энергия. Может увеличиться и внутренняя потенциальная энергия (например, при плавлении тел).

Весь накопленный опыт и специально проведенные эксперименты показывают, что в любой замкнутой системе уменьшение механической энергии в точности равно увеличению внутренней, а их сумма (т. е. полная энергия) остается постоянной:

$$\boxed{E_{\text{полн}} = \text{const}}. \quad (6)$$

Полная энергия замкнутой системы сохраняется.

Так формулируется один из важнейших законов природы — *закон сохранения энергии*.

Закон сохранения энергии не знает исключений. Он выполняется для всех физических, химических, биологических и других явлений. Этот закон используется в самых различных областях науки и техники, служит научной основой важнейшей области производства — энергетики.

Добыча энергоносителей (нефти, газа, угля), использование различных источников энергии (воды, ветра, солнечного излучения и т. д.), передача энергии на большие расстояния, борьба с потерями энергии (энергосбережение) являются важнейшими задачами всего мирового сообщества.

Главные выводы

1. Изменение механической энергии системы, в которой действуют силы тяжести и упругости, равно работе внешних сил.
2. Полная энергия замкнутой системы сохраняется всегда, а ее механическая энергия сохраняется только при отсутствии сил трения и сопротивления.
3. Закон сохранения энергии выполняется для всех явлений природы.

Контрольные вопросы

1. При каких условиях полная энергия системы сохраняется?
2. При каких условиях сохраняется механическая энергия системы?
3. Действие каких сил вызывает переход механической энергии во внутреннюю?

Пример решения задачи

Пакет с цементом массой $m = 20$ кг поднимают вертикально вверх, прикладывая постоянную силу, модуль которой $F = 0{,}24$ кН. Определите кинетическую энергию пакета в момент, когда он окажется на высоте $h = 2{,}0$ м от начального положения. Начальная скорость пакета равна нулю. Сопротивлением воздуха пренебречь; модуль ускорения свободного падения принять $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:

$m = 20$ кг

$F = 0{,}24$ кН $= 240$ Н

$h = 2{,}0$ м

$g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$E_{\text{к}2}$ — ?

Решение

Система «пакет + Земля» не является замкнутой. На пакет действует внешняя сила $\vec{F}$. Работа этой силы равна изменению механической энергии пакета при его движении из точки 1 в точку 2 (рис. 261):

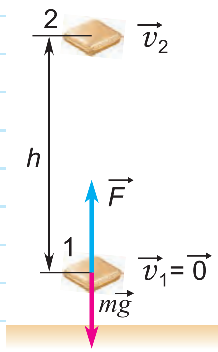


Рис. 261

$$A_{\text{внеш}} = \Delta E_{\text{мех}}.$$

По условию задачи: $A_{\text{внеш}} = Fh$; $\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_{\text{к}} + \Delta E_{\text{п}}$, $\Delta E_{\text{к}} = E_{\text{к}2}$, $\Delta E_{\text{п}} = mgh$. Тогда из равенства $A_{\text{внеш}} = \Delta E_{\text{мех}}$ получим $Fh = E_{\text{к}2} + mgh$, откуда $E_{\text{к}2} = (F - mg)h$; $E_{\text{к}2} = (240\ \text{Н} - 200\ \text{Н}) \cdot 2{,}0\ \text{м} = 80$ Дж.

Ответ: $E_{\text{к}2} = 80$ Дж.

Упражнение 29

1. Легковой автомобиль массой $m = 800$ кг движется со скоростью, модуль которой $v = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определите кинетическую энергию автомобиля.

2. Кинетическая энергия мяча массой $m = 0{,}50$ кг в момент бросания вертикально вверх $E_{\text{к}} = 20$ Дж. Определите модуль скорости движения мяча в этот момент. На какую максимальную высоту поднимется мяч, если сопротивление воздуха пренебрежимо мало? Здесь и в последующих задачах $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

3. Автобус массой $m = 12$ т трогается с места и движется с постоянным ускорением, модуль которого $a = 0{,}50\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Определите кинетическую энергию автобуса через время $t = 10$ с от начала его движения.

4. На рисунке 262 представлен график зависимости кинетической энергии движущегося по столу шарика от модуля его скорости. Чему равна масса шарика? Определите работу, которую совершила результирующая всех сил, приложенных к шарику, для его разгона от скорости, модуль которой $v_1 = 0,4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, до скорости, модуль которой $v_2 = 0,8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

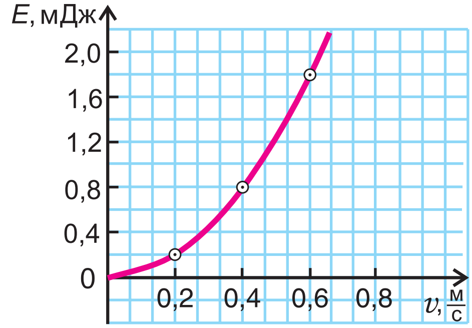


Рис. 262

5. На сколько изменится потенциальная энергия бруска, если его перевести из горизонтального положения в вертикальное (рис. 263)? Масса бруска $m = 8,0$ кг, а его размеры $a \times b \times c = 40 \times 25 \times 10$ см.

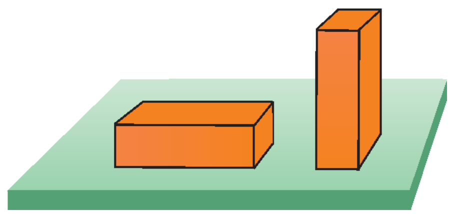


Рис. 263

6. Гиря висит на легком резиновом шнуре жесткостью $k = 40\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Определите потенциальную энергию резинового шнура, который под действием гири удлинился на $\Delta l_1 = 5,0$ см. Какую работу должна совершить внешняя сила, чтобы растянуть шнур еще на $\Delta l_2 = 3,0$ см?

7. К нижнему концу легкой недеформированной пружины прикрепили груз массой $m = 500$ г и отпустили. Жесткость пружины $k = 40\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Определите модуль максимальной скорости движения груза. Сопротивлением движению груза пренебречь.

8. На легкой нерастяжимой нити подвешен железный шарик. Нить с шариком отклоняют от вертикали на некоторый угол α (рис. 264) и отпускают. Определите угол α, если при прохождении шариком положения равновесия сила натяжения нити будет в $k = 4$ раза больше минимальной. Сопротивлением движению шарика пренебречь.

9. Шары массами $m_1 = 6,0$ кг, $m_2 = 2,0$ кг двигались по одной прямой навстречу друг другу со скоростями, модули которых: $v_1 = 4,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 3,0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. В результате соударения скорость второго шара изменила свое направление на противоположное, а ее модуль остался прежним. Определите направление и модуль скорости первого шара после удара. Найдите изменение внутренней энергии системы, произошедшее в результате удара. Определите среднюю силу удара, считая, что его длительность $\Delta t = 0,02$ с.

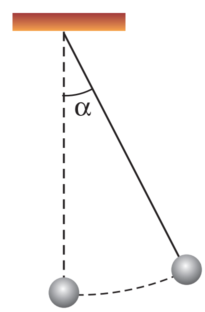


Рис. 264

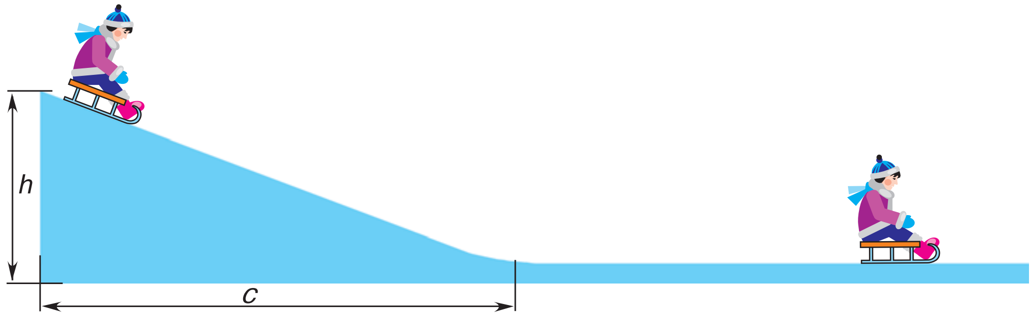


Рис. 265

10. С вершины снежной горки высотой $h = 4{,}0$ м и длиной основания $c = 10{,}0$ м (рис. 265) на санках съезжает ребенок. Съехав с горки, санки продолжают движение по горизонтальному участку и останавливаются. Коэффициент трения полозьев санок о снег $\mu = 0{,}12$. Определите длину горизонтального участка движения.

11. Автомобиль массой $m = 5{,}0$ т, движущийся по горизонтальному участку дороги, тормозит на пути $s = 60$ м. Какую работу совершила сила трения, если коэффициент трения скольжения $\mu = 0{,}50$? На сколько изменилась кинетическая энергия автомобиля?

12. В сказке Г. Х. Андерсена Дюймовочка плыла на листе кувшинки по течению реки. Как изменялись кинетическая и потенциальная энергия Дюймовочки?

13. Молот для забивания свай упал на стальную сваю с высоты $h = 5{,}0$ м. Масса молота $m = 600$ кг. Определите кинетическую энергию молота в момент удара по свае. Чему равнялась средняя сила сопротивления грунта, если свая погрузилась в грунт на глубину $l = 20$ см?

Темы проектных заданий по главе «Законы сохранения»

1. Законы сохранения в механике и качели.
2. Реактивное движение в природе.
3. Законы сохранения и механические игрушки.
4. Какую работу я совершаю каждый день, спускаясь со своего этажа и выходя на улицу?
5. Чем выгодны ветряные двигатели?
6. Какая река более высокоэнергична: равнинная или горная?

5 Лабораторный эксперимент

«Один опыт я ставлю выше, чем тысячу мнений, рожденных только воображением».

М. В. Ломоносов

Лабораторная работа № 1

Определение абсолютной и относительной погрешностей прямых измерений

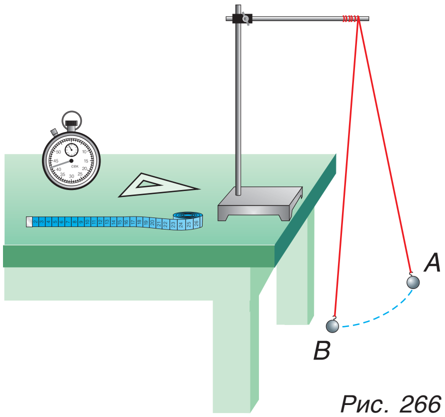


Рис. 266

Цель: научиться определять абсолютную и относительную погрешности прямых измерений и представлять результат измерений в интервальной форме.

Оборудование: мерная лента, металлический шарик на нити длиной $l = 1$ м, секундомер, штатив со стержнем, треугольник (рис. 266).

Вывод расчетных формул

Прямым называется измерение, при котором значение искомой величины находится непосредственно по шкале прибора. Результат любого измерения содержит погрешность. *Систематическая погрешность* связана в основном с несовершенством измерительного прибора и округлениями при отсчетах и вычислениях. При повторении измерений систематическая погрешность остается неизменной.

Случайная погрешность — это погрешность, которая от одного измерения к другому изменяется непредсказуемым образом. Для определения случайной погрешности необходимо провести серию повторных измерений.

Абсолютная погрешность измерений промежутка времени равна:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{сист}} + \Delta t_{\text{случ}}. \qquad (1)$$

Абсолютная систематическая погрешность $\Delta t_{\text{сист}}$ определяется суммой предельной абсолютной погрешности прибора (секундомера) $\Delta t_{\text{пр}}$ и абсолютной погрешности отсчета $\Delta t_{\text{отсч}}$:

$$\Delta t_{\text{сист}} = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{отсч}}.$$

Значение $\Delta t_{\text{пр}}$ берется из таблицы 4. Абсолютная погрешность отсчета $\Delta t_{\text{отсч}}$ равна половине цены деления шкалы секундомера. Если секундомер механический, то его стрелка от штриха к штриху движется скачками. Ее остановка между штрихами невозможна. Поэтому абсолютная погрешность отсчета $\Delta t_{\text{отсч}}$ для секундомера равна цене деления его шкалы.

Максимальное значение абсолютной случайной погрешности измерения промежутка времени

$$\Delta t_{\text{случ}}^{\max} = \left\langle \Delta t_{\text{случ}} \right\rangle \cdot k, \qquad (2)$$

где $\langle \Delta t_{\text{случ}} \rangle$ — среднее значение абсолютной случайной погрешности.

Коэффициент k зависит от числа повторных измерений. Например, при пяти повторных измерениях $k = 3$, при семи $k = 2$, при десяти и более — $k = 1$.

Относительная погрешность ε_t определяет, какую часть в процентах от среднего значения измеряемой величины (промежутка времени) составляет значение абсолютной погрешности:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\ \%. \qquad (3)$$

Окончательный результат записывается в интервальной форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t; \ \ \varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

Например, $t = (5{,}0 \pm 0{,}1)$ с, тогда

$$\varepsilon_t = \frac{0{,}1}{5{,}0} \cdot 100\,\% = 2\,\%.$$

Ход работы

1. К стержню штатива прикрепите нить с шариком (рис. 266). Отведите шарик в сторону (точку A) так, чтобы нить составила с вертикалью угол $\alpha = 30°$ (угол определяется треугольником). Отпустите шарик и, одновременно нажав на кнопку секундомера, измерьте минимальный промежуток времени, через который шарик снова окажется в точке A.

2. Повторите опыт не менее 5 раз.

3. Вычислите среднее значение промежутка времени:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}.$$

4. Вычислите абсолютную случайную погрешность при каждом измерении и среднее значение $\Delta t_{\text{случ}}$ при пяти измерениях:

$$\Delta t_{\text{случ}1} = \left| t_1 - \langle t \rangle \right|;$$

$$\Delta t_{\text{случ}2} = \left| t_2 - \langle t \rangle \right|;$$

...

$$\Delta t_{\text{случ}5} = \left| t_5 - \langle t \rangle \right|;$$

$$\left\langle \Delta t_{\text{случ}} \right\rangle = \frac{\Delta t_{\text{случ}1} + \Delta t_{\text{случ}2} + \ldots + \Delta t_{\text{случ}5}}{5}.$$

5. Определите максимальное значение случайной погрешности:

$$\Delta t_{\text{случ}}^{\max} = 3\left\langle \Delta t_{\text{случ}} \right\rangle.$$

6. Определите абсолютную систематическую погрешность:

$$\Delta t_{\text{сист}} = \Delta t_{\text{пр}} + \Delta t_{\text{отсч}}.$$

Предельную абсолютную погрешность $\Delta t_{\text{пр}}$ секундомера найдите в таблице 4. Абсолютную погрешность отсчета $\Delta t_{\text{отсч}}$ определите как цену деления механического секундомера.

7. Вычислите абсолютную Δt погрешность прямого измерения промежутка времени:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{случ}}^{\max} + \Delta t_{\text{сист}}.$$

8. Вычислите относительную погрешность ε_t измерения:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

9. Запишите окончательный результат в интервальной форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t;$$

$$\varepsilon_t = \ldots\,\%.$$

Контрольные вопросы

1. Почему нельзя абсолютно точно измерить прибором физическую величину?

2. Будет ли такой же относительная погрешность измерения промежутка времени, если нить с шариком отклонить на угол 45°? Почему?

3. Если при трех и более повторных измерениях данным прибором получены одинаковые значения физической величины, то чему равны абсолютные случайная и систематическая погрешности? Относительная погрешность?

Таблица 4. **Предельные абсолютные погрешности некоторых мер и приборов**

Приборы и меры	Значение меры, диапазон измерений	Предельная абсолютная погрешность
Линейки:		
деревянные	400, 500, 750 мм	5 мм
пластмассовые	200, 250, 300 мм	1 мм
Мерная лента	150,0 см	0,3 см
Гири для технических анализов	10—100 мг	1 мг
	200 мг	2 мг
	500 мг	3 мг
	1 г	4 мг
	2 г	6 мг
	5 г	8 мг
	10 г	12 мг
	20 г	20 мг
	50 г	30 мг
	100 г	40 мг
Секундомеры механические	30—60 с (один оборот)	1,5 цены деления шкалы за один оборот секундной стрелки
Секундомеры электрические	30 с	0,5 цены деления шкалы за один оборот секундной стрелки
Секундомеры электронные	30 с	0,5 цены деления

Лабораторная работа № 2

Измерение ускорения при равноускоренном движении тела

Цель: измерить модуль ускорения шарика, движущегося по наклонному желобу, и определить абсолютную и относительную погрешности прямых измерений пути и времени движения шарика.

Оборудование: металлический желоб, штатив, стальной шарик, цилиндрический упор, секундомер, мерная лента (линейка).

Проверьте себя

1. Что такое ускорение?
2. В каких единицах в СИ измеряется ускорение?

Вывод расчетных формул

Так как движение шарика по наклонному желобу является равноускоренным с начальной скоростью $v_0 = 0$, то пройденный за время t путь будет определяться по формуле:

$$s = \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

Измерив пройденный шариком путь s и время t, можно вычислить модуль ускорения $a = \frac{2s}{t^2}$. Путь s равен длине желоба l. Тогда

$$a = \frac{2l}{t^2}. \qquad (2)$$

Ход работы

1. Укрепите желоб (рис. 267) в штативе под небольшим углом (5—10°) к горизонту. В конце желоба положите цилиндрический упор.

2. Отпустите шарик из верхней точки желоба и по секундомеру определите время от начала движения до момента соударения шарика с упором.

3. Повторите опыт пять раз, измеряя каждый раз время движения шарика.

4. Измерьте мерной лентой длину l желоба от начала движения (точки A) до цилиндрического упора (точки B) не менее трех раз.

5. Найдите среднее значение $\langle l \rangle$, $\langle t \rangle$.

6. Вычислите среднее значение модуля ускорения шарика по формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{2\langle l \rangle}{\langle t \rangle^2}.$$

7. Рассчитайте абсолютную погрешность прямых измерений пути l и времени t движения шарика.

8. Найдите относительную погрешность прямых измерений пути l и времени t по формулам:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{\langle l \rangle} \cdot 100\,\%; \quad \varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%.$$

9. Запишите результаты прямых измерений пути l и времени t в интервальной форме:

$$l = (\langle l \rangle \pm \Delta l)\ \text{см};\ \varepsilon_l = \ldots\ \%;$$
$$t = (\langle t \rangle \pm \Delta t)\ \text{с};\ \varepsilon_t = \ldots\ \%.$$

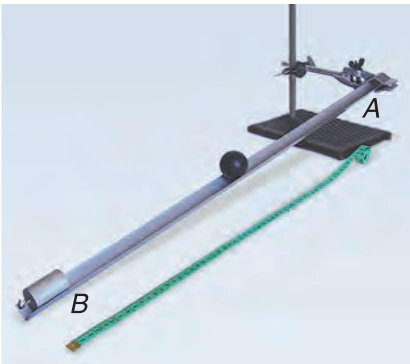


Рис. 267

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой модуль перемещения шарика? Как направлен вектор перемещения?

2. Будут ли равными средние скорости движения шарика на первой и второй половинах пути? Почему?

Суперзадание

Во сколько раз отличаются промежутки времени движения шарика на первом и последнем дециметрах пути?

Лабораторная работа № 3

Изучение движения тела по окружности

Цель: измерить период обращения, модули центростремительного ускорения, угловой и линейной скорости при движении тела по окружности со скоростью, модуль которой постоянен; рассчитать абсолютную и относительную погрешности прямых измерений времени движения тела.

Оборудование: штатив с лапкой или кольцом, нить, два двойных листа бумаги, приклеенных друг к другу (на листах начерчена окружность радиусом 10 см), металлический шарик, секундомер, линейка.

Проверьте себя

1. Что такое угловая скорость?
2. Какой смысл имеет центростремительное ускорение?

Вывод расчетных формул

Движение тела (материальной точки) по окружности описывается:
а) угловой скоростью, модуль которой определяется как

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (1)$$

где T — период обращения тела. Модули линейной v и угловой ω скоростей связаны соотношением:

$$v = \omega R; \quad (2)$$

б) центростремительным (нормальным) ускорением, модуль которого

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (3)$$

С учетом формул (1), (2) и (3)

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (4)$$

Измерив период обращения T шарика, можно определить a_n, ω и v.

Ход работы

1. Нить длиной 40—45 см привяжите одним концом к шарику, а другим — к лапке или кольцу штатива. Лист бумаги положите так, чтобы центр начерченной на нем окружности находился под центром шарика (рис. 268). Взявшись за нить вблизи точки подвеса, приведите шарик в движение по окружности. Небольшой тренировкой добейтесь того, чтобы он двигался над окружностью, начерченной на листе бумаги.

2. С помощью секундомера определите время t, за которое шарик совершит $N = 10$ оборотов. Для этого один из учащихся фиксирует начало отсчета времени словом «нуль», а второй с этого момента начинает вслух отсчет оборотов движения шарика. После совершения шариком 10 оборотов отсчет времени прекращается. Опыт повторите пять раз. Результаты измерений занесите в таблицу. Рассчитайте среднее значение времени $\langle t \rangle$.

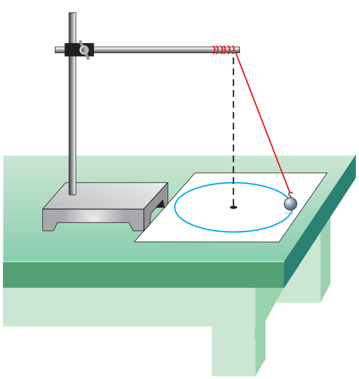


Рис. 268

Рассчитайте среднее значение периода обращения $\langle T \rangle$ шарика:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}.$$

3. Найдите среднее значение модуля ускорения по формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{4\pi^2 R}{\langle T \rangle^2}.$$

4. По формулам (1) и (2) определите средние значения модулей угловой и линейной скоростей.

5. Аналогично, как в лабораторной работе 2, рассчитайте абсолютную Δt и относительную ε_t погрешности прямых измерений времени движения шарика. Результат прямых измерений времени t запишите в интервальной форме.

Контрольные вопросы

1. Как изменяется линейная скорость $\vec{v}$ движения шарика по окружности, если модуль скорости $v = \text{const}$?
2. Как доказать соотношение $v = \omega R$?
3. Как зависит период обращения T шарика от модуля его линейной скорости?

Суперзадание

Определите ускорение шарика при его движении по окружности, если за время $t = 1$ с он прошел $\frac{1}{6}$ длины окружности, имея постоянный модуль скорости $v = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$.

Лабораторная работа № 4

Проверка закона Гука

Цель: измерить жесткость пружины, проверить для нее выполнение закона Гука; рассчитать погрешности прямых измерений абсолютного удлинения пружины.

Оборудование: штатив, динамометр со шкалой, закрытой миллиметровой бумагой, набор грузов массой $m = 100$ г каждый.

Проверьте себя

1. Что представляет собой жесткость пружины?
2. В каких единицах в СИ измеряется жесткость?

Вывод расчетных формул

Если к пружине (рис. 269) с начальной длиной l_0 подвесить груз массой m, то под действием веса груза пружина удлиняется. Ее длина будет равна l, а абсолютное удлинение $x = l - l_0$.

На покоящийся груз действуют две компенсирующие друг друга силы — тяжести $m\vec{g}$ и упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$: $F_{\text{упр}} = mg$.

Так как по закону Гука $F_{\text{упр}} = k|x|$, то жесткость пружины:

$$k = \frac{mg}{|x|}.$$

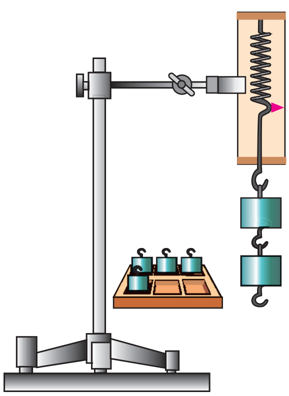


Рис. 269

Ход работы

1. Соберите установку согласно рисунку 269, закрыв шкалу динамометра миллиметровой бумагой.

2. Отметьте на бумаге положение стрелки-указателя ненагруженной пружины черточкой с цифрой 0.

3. Подвесьте к пружине один груз массой $m = 100$ г и отметьте положение стрелки-указателя черточкой с цифрой 1. Измерьте расстояние между цифрами 0 и 1. Это и есть абсолютное удлинение x_1 пружины под действием груза. Повторите измерения x_1 три раза.

4. Выполните задание 3, подвесив к пружине поочередно 2, 3, 4 груза. Измерив соответствующие абсолютные удлинения пружины x_2, x_3, x_4, занесите данные в таблицу.

5. Используя метод подсчета цифр (см. *Приложение 1*, с. 203), рассчитайте модуль силы упругости пружины $F_{\text{упр}} = mg$ при подвешивании одного, двух, трех и четырех грузов $\left(g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$ и занесите данные расчетов в таблицу.

Количество грузов	Масса груза m, кг	Сила упругости $F_{\text{упр}}$, Н	Абсолютное удлинение $\lvert x \rvert$, м			
			Повторные изменения			$\langle x \rangle$
1						
2						
3						
4						

6. Для нахождения $\langle k \rangle$ постройте график зависимости модуля силы упругости $F_{\text{упр}}$ от среднего удлинения $\langle x \rangle$ при различном количестве грузов.

7. Выбрав точку C на графике так, чтобы сила $F_{\text{упр}\,C}$ и удлинение x_C были по возможности большими, но не выходили за интервалы измерения силы, определите среднее значение $\langle k \rangle$:

$$\langle k \rangle = \frac{F_{\text{упр}\,C}}{x_C}.$$

8. Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности прямых измерений абсолютного удлинения пружины x для одного из заданий с любым количеством грузов по методу цены деления. Результат прямых измерений x запишите в интервальной форме.

Контрольные вопросы

1. К чему приложены сила упругости пружины и вес груза?

2. Для любого ли количества грузов будет выполняться прямая пропорциональная зависимость силы упругости $F_{\text{упр}}$ от абсолютного удлинения x? Почему?

Суперзадание

Как изменится жесткость, если длину пружины уменьшить на одну треть?

Лабораторная работа № 5

Измерение коэффициента трения скольжения

Цель: измерить коэффициент трения скольжения дерева по дереву; рассчитать погрешности прямых измерений веса бруска с грузами.

Оборудование: деревянный брусок, доска, грузы массой $m = 100$ г каждый, штатив, мерная лента (линейка), динамометр.

Проверьте себя

1. Когда возникает сила трения скольжения?
2. Как направлена сила трения скольжения?

Вывод расчетных формул

Если деревянный брусок движется равномерно по доске (рис. 270, *а*), то векторная сумма всех сил, действующих на него, равна нулю.

На брусок действуют силы упругости пружины динамометра $\vec{F}_{упр}$, трения $\vec{F}_{тр}$, тяжести $m\vec{g}$ и реакции доски $\vec{N}$ (рис. 270, *б*):

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{упр} = \vec{0}. \quad (1)$$

В проекции на ось Ox уравнение (1) примет вид:

$$-F_{тр} + F_{упр} = 0, \text{ или } F_{тр} = F_{упр}. \quad (2)$$

Но модуль силы трения $F_{тр} = \mu N$, где μ — коэффициент трения скольжения.

Модуль силы реакции опоры N можно определить, найдя проекции всех сил в уравнении (1) на ось Oy:

$$-mg + N = 0; \quad mg = N.$$

Тогда модуль силы трения $F_{тр} = \mu mg$. В итоге коэффициент трения скольжения:

$$\mu = \frac{F_{тр}}{mg} = \frac{F_{упр}}{mg}. \quad (3)$$

Но сила тяжести равна весу тела. Тогда

$$\mu = \frac{F_{упр}}{P}. \quad (4)$$

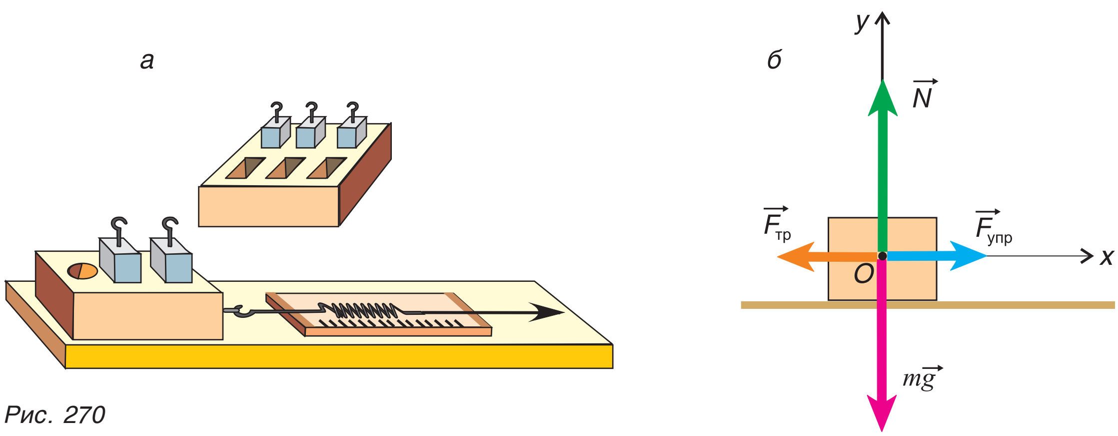


Рис. 270

Ход работы

1. С помощью динамометра измерьте вес бруска. Измерения повторите не менее трех раз. Результаты занесите в таблицу.

2. На брусок положите груз, прикрепите динамометр и равномерно перемещайте брусок по доске. Измерьте силу упругости $F_{упр}$ пружины динамометра. Опыт повторите не менее 5 раз. Результаты измерений занесите в таблицу.

3. Опыт 2 повторите с двумя, тремя грузами. Данные занесите в таблицу.

Количество грузов	P, Н			$\langle P \rangle$, Н	$F_{тр} = F_{упр}$, Н					$\langle F_{тр} \rangle$, Н
	Повторные измерения				Повторные измерения					
1										
2										
3										

4. Найдите средние значения $\langle P \rangle$ и $\langle F_{тр} \rangle$ в опытах с 1, 2 и 3 грузами.

5. Постройте график зависимости $\langle F_{тр} \rangle$ от $\langle P \rangle$ бруска с грузами. По графику определите среднее значение коэффициента трения μ (аналогично пункту 7 лабораторной работы 4):

$$\langle \mu \rangle = \frac{F_{тр C}}{P_C}.$$

6. По методу цены деления (см. *Приложение 1*) рассчитайте абсолютную ΔP и относительную ε_P погрешности прямых измерений веса бруска с тремя грузами. Запишите окончательный результат прямых измерений веса в интервальной форме.

Контрольные вопросы

1. Что показывает коэффициент трения скольжения?

2. Почему коэффициент трения скольжения является безразмерной величиной?

3. От чего зависит коэффициент трения скольжения?

Суперзадание

Как с помощью линейки, бруска с грузами и наклонной доски определить коэффициент трения скольжения дерева по дереву?

Лабораторная работа № 6

Изучение движения тела, брошенного горизонтально

Цель: измерить модуль начальной скорости, сообщенной телу в горизонтальном направлении при его движении под действием силы тяжести; рассчитать абсолютную и относительную погрешности прямых измерений дальности полета тела.

Оборудование: штатив с лапкой, шарик, лоток, листы белой и копировальной бумаги, линейка, скотч.

Проверьте себя

1. Почему движение тела, брошенного горизонтально, является равномерным по горизонтали, а по вертикали — нет?

2. Что такое дальность полета тела, брошенного горизонтально?

Вывод расчетных формул

Тело, брошенное горизонтально, движется по ветви параболы (рис. 271), участвуя в двух движениях: равномерном по горизонтали и равноускоренном с ускорением $\vec{g}$ по вертикали. Скорость равномерного движения равна $\vec{v}_0$. Ее модуль можно определить, зная дальность полета l и время движения t:

$$v_0 = \frac{l}{t}. \qquad (1)$$

При равноускоренном движении по вертикали $h = \frac{gt^2}{2}$, откуда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (2)$$

Тогда, подставив время из формулы (2) в формулу (1), получим:

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \qquad (3)$$

Ход работы

1. Укрепите в штативе лоток так, чтобы загнутый конец лотка был расположен горизонтально (см. рис. 271).

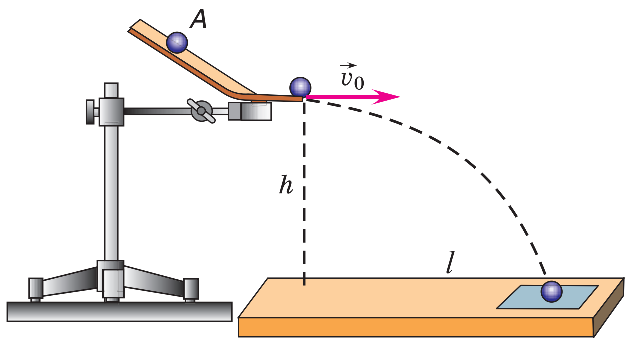


Рис. 271

2. Отметьте мелом положение на лотке, откуда будете пускать шарик. Сделайте пробный опыт и заметьте, в какую точку стола упал шарик. Положите лист копировальной бумаги на лист белой бумаги в месте падения шарика. Лист белой бумаги предварительно зафиксируйте скотчем.

3. Положите шарик на лоток там, где проведена метка (положение A), и отпустите его. Отметьте на белом листе цифрой 1 точку приземления шарика.

4. Повторите опыт не менее 5 раз, отмечая каждый раз точки приземления шарика цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Лист бумаги при этом не должен сдвигаться.

5. Измерьте во всех пяти опытах высоту падения и дальность полета шарика.

№ опыта	h, м	l, м
1		
2		
3		
4		
5		
Среднее значение		

6. Найдите среднее значение $\langle h \rangle$ и $\langle l \rangle$.

7. Вычислите среднее значение модуля скорости $\langle v_0 \rangle$ по формуле:

$$\langle v_0 \rangle = \langle l \rangle \sqrt{\frac{g}{2\langle h \rangle}}, \quad g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

8. Рассчитайте абсолютную Δl и относительную ε_l погрешности прямых измерений дальности l полета шарика.

Результат прямых измерений l запишите в интервальной форме.

Контрольные вопросы

1. Почему траектория движения тела, брошенного горизонтально, искривляется?
2. Как направлен вектор мгновенной скорости в различных точках траектории движения тела, брошенного горизонтально?
3. Является ли движение тела, брошенного горизонтально, равноускоренным? Почему?

Суперзадание

Используя результаты работы, определите конечную скорость шарика (в момент соприкосновения его с листом бумаги). Какой угол с поверхностью листа образует эта скорость?

Лабораторная работа № 7

Проверка условия равновесия рычага

Цель: опытным путем проверить условие равновесия рычага.

Оборудование: рычаг съемный с осью, штатив, набор грузов массой $m = 100$ г каждый.

Проверьте себя

1. Что такое плечо силы?
2. От каких величин зависит момент силы?

Вывод расчетных формул

Рычаг находится в равновесии тогда, когда модули сил, действующих на него, обратно пропорциональны плечам этих сил (рис. 272, *б*):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

На основе свойства пропорции следует равенство: $F_1 l_1 = F_2 l_2$.

Произведение модуля силы, вращающей тело, на ее плечо называется моментом силы: $M = Fl$.

Но $M_1 = F_1 l_1$ — момент силы, который поворачивает рычаг против часовой стрелки, $M_2 = F_2 l_2$ — момент силы, который поворачивает рычаг по часовой стрелке. Таким образом,

$$M_1 = M_2.$$

Рычаг находится в равновесии под действием двух сил, если значение момента силы, вращающей рычаг против часовой стрелки, равно значению момента силы, вращающей его по ходу часовой стрелки.

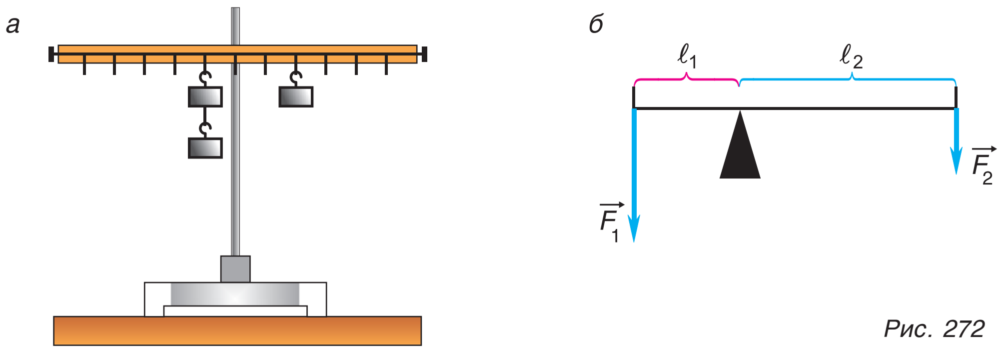


Рис. 272

Ход работы

1. Укрепите на высоте 30—40 см рычаг-линейку с проволочными петельками и крючками (рис. 272, *а*). С помощью регулировочных винтов расположите рычаг горизонтально.

2. Подвесьте на один из крючков два, а на другой — один груз. Передвигая петельки, добейтесь горизонтального положения рычага.

3. Измерьте плечо l_1 левой силы $\vec{F}_1$ (веса двух грузов) и плечо l_2 правой силы $\vec{F}_2$ (веса одного груза), вычислите отношение $\frac{l_2}{l_1}$, сравните его с отношением сил $\frac{F_1}{F_2}$.

4. Вычислите моменты сил и сравните их между собой.

5. Придерживая рычаг рукой, передвиньте петельку с одним грузом вправо примерно на 8—10 см. Рычаг выйдет из равновесия. Передвигая петельку с двумя грузами, добейтесь горизонтального положения рычага.

6. Измерьте плечи l_1' левой и l_2' правой силы. Вычислите отношение плеч $\frac{l_2'}{l_1'}$ и сравните с отношением модулей сил $\frac{F_1'}{F_2'}$.

7. Вычислите моменты сил.

8. Сделайте выводы об условии равновесия рычага.

Контрольные вопросы

1. Может ли рычаг находиться в равновесии под действием трех и более сил?

2. Имеет ли значение в данной работе сила тяжести рычага? Почему?

Суперзадание

Сравните силу $\vec{F}_1$, необходимую для подъема книги, с силой $\vec{F}_2$, необходимой для отрыва от стола одного края этой книги (рис. 273). Дайте физическое объяснение различия этих сил.

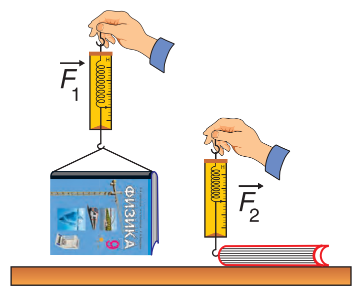


Рис. 273

Лабораторная работа № 8

Изучение неподвижного и подвижного блоков

Цель: опытным путем проверить условие равновесия блока и измерить выигрыш в силе при использовании блока.

Оборудование: штатив, подвижный и неподвижный блоки, набор грузов массой m = 100 г каждый, динамометр, линейка, нить длиной 80—100 см.

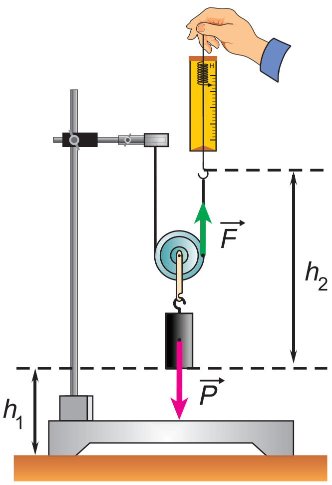


Рис. 274

Проверьте себя

1. Что представляют собой неподвижный и подвижный блоки?
2. Почему блоки не дают выигрыша в работе?

Вывод расчетных формул

Согласно «золотому правилу механики» при равномерном подъеме груза с помощью подвижного блока (в пренебрежении силой тяжести блока и силой трения) работа силы F (рис. 274), приложенной к нити, равна работе по подъему груза весом P: $A_1 = A_2$.

Работа приложенной к нити силы F равна $A_2 = Fh_2$. Работа, произведенная весом груза, равна $A_1 = Ph_1$.

Следовательно,

$$Ph_1 = Fh_2.$$

Подвижный блок дает выигрыш в силе в 2 раза: $F = \frac{P}{2}$.

Тогда

$$Ph_1 = \frac{P}{2}h_2, \text{ или } h_1 = \frac{h_2}{2}.$$

Таким образом, выиграв в 2 раза в силе, мы проиграли в 2 раза в пути.

Ход работы

1. Закрепите блок в лапке штатива. Нить с петлями на концах перекиньте через блок. Прицепив к левой петле груз, а к правой — крючок динамометра и удерживая груз в равновесии (рис. 275, *а*), снимите показания динамометра.

2. Повторите опыт с двумя и четырьмя грузами и, сняв показания динамометра, сделайте вывод о выигрыше в силе при использовании неподвижного блока.

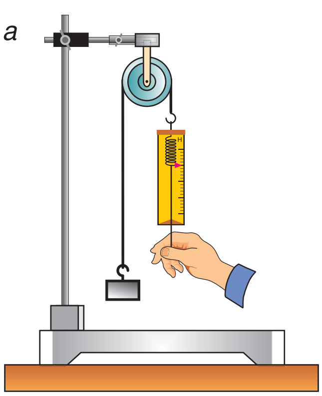
3. Левую петлю нити зацепите за лапку штатива, а правую — наденьте на крючок динамометра. Подвижный блок с грузом поместите на нить, как показано на рисунке 275, *б*. Удерживая груз в равновесии, снимите показания динамометра.

4. Повторите опыт с двумя и четырьмя грузами. Сравните показания динамометра с весом грузов. Сделайте вывод о соотношении сил, действующих на блок.

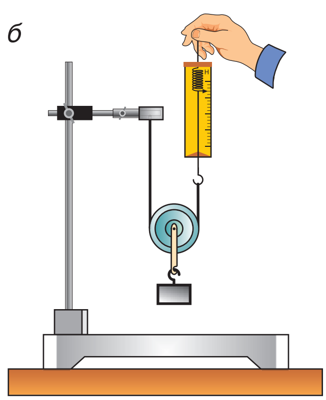
5. Укрепите в штативе линейку длиной 80—100 см. Поднимите четыре груза с помощью подвижного блока на высоту h_1 (10—15 см) (рис. 275, *в*). Измерьте высоту h_2, на которую поднялась точка A крепления крючка динамометра к нити. Сравните h_1 и h_2 и сделайте вывод.

6. Вычислите и сравните работу силы тяжести грузов и силы упругости пружины динамометра. Сделайте вывод.

а



б



в

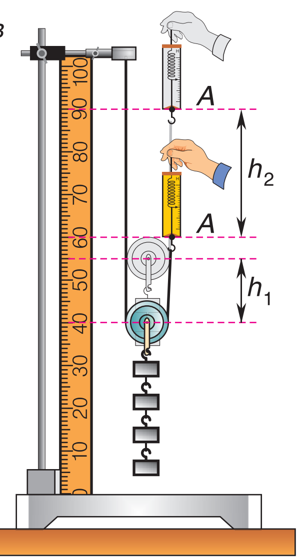


Рис. 275

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются подвижный и неподвижный блоки?

2. Как изменились бы результаты опытов 1—4, если бы блоки имели большую массу (были изготовлены из металла)?

3. В чем заключается смысл «золотого правила механики»?

Суперзадание

Будет ли одинаковым КПД подвижного блока при подъеме 1, 2, 3, 4 и т. д. грузов? Ответ обоснуйте.

Лабораторная работа № 9

Изучение наклонной плоскости и измерение ее КПД

Цель: познакомиться с простым механизмом — наклонной плоскостью — и измерить ее КПД.

Оборудование: доска длиной 40—80 см, брусок, набор грузов массой $m = 100$ г каждый, штатив с лапкой, динамометр, линейка, школьный треугольник.

Проверьте себя

1. От чего зависит выигрыш в силе, получаемый с помощью наклонной плоскости?

2. Как определяется КПД наклонной плоскости?

Вывод расчетных формул

Для наклонной плоскости полезная работа — это работа по увеличению потенциальной энергии груза при его подъеме на высоту h: $A_{пол} = F_т h = mgh$, а совершенная работа — работа прилагаемой силы $\vec{F}$ по перемещению груза по наклонной плоскости на расстояние l: $A_{сов} = Fl$.

Выигрыш в силе, получаемый с помощью наклонной плоскости:

$$\frac{F_т}{F} = \frac{l}{h}. \qquad (1)$$

Исходя из равенства (1), получим: $F_т h = Fl$, т. е.

$$A_{пол} = A_{сов}. \qquad (2)$$

При наличии силы трения $A_{сов} > A_{пол}$. КПД наклонной плоскости:

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{сов}} \cdot 100\,\%. \qquad (3)$$

Ход работы

1. Установите доску так, чтобы она образовала с поверхностью стола угол 30° (рис. 276).

2. Взвесьте данный брусок с помощью динамометра.

3. Положив на брусок три груза массой по 100 г каждый, передвигайте его с помощью динамометра равномерно вверх по

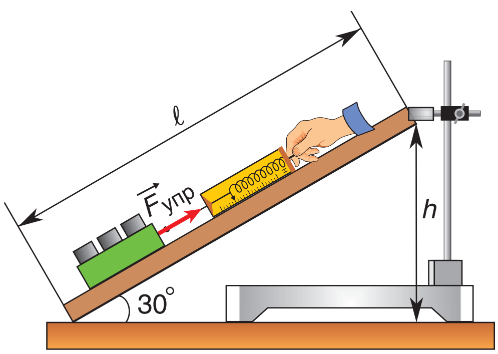


Рис. 276

наклонной плоскости. Запишите показания динамометра $F_{упр}$ (силу упругости пружины).

4. Сравните значение силы упругости с весом бруска с грузами и сделайте вывод.

5. Измерьте длину l наклонной плоскости и вычислите работу, совершенную силой упругости пружины динамометра по формуле $A_{сов} = F_{упр}l$.

6. Измерьте высоту h. Вычислите полезную работу (равную увеличению потенциальной энергии) при подъеме бруска с грузами на высоту h по формуле $A_{пол} = mgh$, где $mg = F_{т}$ — действующая на брусок с грузами сила тяжести.

7. По формуле $\eta = \frac{A_{пол}}{A_{сов}} \cdot 100\ \%$ вычислите КПД наклонной плоскости.

8. Повторите все проделанные измерения с наклонной плоскостью для угла наклона 45°. Угол установите с помощью школьного треугольника.

Контрольные вопросы

1. Каково назначение наклонной плоскости как простого механизма?
2. Почему оказались неравными полезная и совершенная работы?

Суперзадание

Воспользовавшись полученными результатами, объясните причины изменения КПД наклонной плоскости при увеличении ее угла наклона. Чему равен КПД при предельных углах наклона 90° и 0°?

Лабораторная работа № 10

Изучение выталкивающей силы

Цель: опытным путем проверить формулу для определения выталкивающей силы; рассчитать абсолютную погрешность прямых измерений объема.

Оборудование: стакан с водой, мензурка, динамометр, два однородных цилиндра равных объемов, изготовленных из различных металлов, третий цилиндр другого объема, нить, сосуды с водой и насыщенным раствором соли, штатив с лапкой.

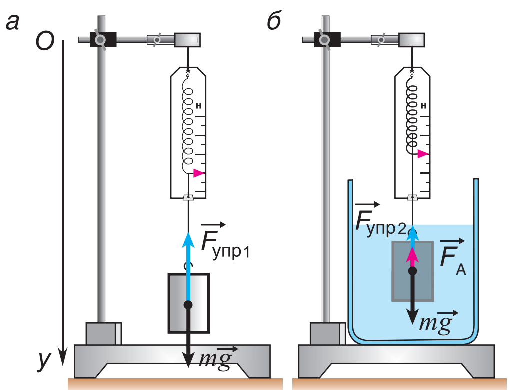


Рис. 277

Проверьте себя

1. Какова причина появления выталкивающей силы?
2. От чего зависит выталкивающая сила?

Вывод расчетных формул

Тело, подвешенное на динамометре, находится в равновесии (рис. 277, *а*), значит, векторная сумма сил тяжести $m\vec{g}$ и силы упругости $\vec{F}_{упр1}$, действующих на тело, равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{упр1} = \vec{0}.$$

В проекции на ось Oy:

$$mg - F_{упр1} = 0, \quad mg = F_{упр1}. \qquad (1)$$

Тело, подвешенное на динамометре и опущенное в жидкость (рис. 277, *б*), находится в равновесии, если векторная сумма силы тяжести $m\vec{g}$, силы упругости $\vec{F}_{\text{упр2}}$ и силы Архимеда $\vec{F}_A$, действующих на тело, равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр2}} + \vec{F}_{\text{A}} = \vec{0}.$$

В проекции на ось Oy:

$$mg - F_{\text{упр2}} - F_{\text{A}} = 0, \text{ или } F_{\text{A}} = mg - F_{\text{упр2}}. \quad (2)$$

Но $mg = F_{\text{упр1}}$, тогда $F_{\text{A}} = F_{\text{упр1}} - F_{\text{упр2}}$.

Полученное равенство позволяет определить силу Архимеда по двум показаниям динамометра.

Ход работы

1. Подвесьте один из цилиндров на нити и опустите в мензурку с водой (рис. 277, *б*). Определите его объем. Измерьте объем не менее трех раз, вычислите среднее значение объема цилиндра.
2. Определите вес $P_1 = F_{11}$ данного цилиндра с помощью динамометра.
3. Используя нить, медленно опускайте цилиндр в стакан с водой и следите за показаниями динамометра (рис. 277, *б*). Запишите показание динамометра при полном погружении цилиндра в воду F_{21}.
4. Вычислите разность показаний динамометра, полученных в пунктах 2 и 3. Она равна значению выталкивающей силы $F_{\text{A}1}$.
5. Повторите все измерения 1—4 для второго и третьего металлического цилиндра.
6. Повторите все измерения 1—4 для одного из цилиндров, опуская его в раствор соли.

Жидкость	$F_{\text{упр1}}$, Н (в воздухе)			$F_{\text{упр2}}$, Н (в жидкости)			F_{A}, Н		
	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{21}	F_{22}	F_{23}	$F_{\text{A}1}$	$F_{\text{A}2}$	$F_{\text{A}3}$
Вода									
Раствор соли									

7. Сравните полученные значения выталкивающих сил для цилиндра в воде и в растворе соли. Сделайте вывод о влиянии плотности вещества погруженного тела, его объема и плотности жидкости на значение выталкивающей силы.
8. Используя данные измерений объемов цилиндров, вычислите вес воды в объеме, равном объему погруженной части каждого цилиндра. Сравните полученные значения веса воды со значениями выталкивающих сил, действующих на цилиндры в воде. Сделайте вывод.
9. Рассчитайте методом цены деления абсолютную погрешность измерения объема ΔV одного из цилиндров и запишите результат прямых измерений объема в интервальной форме: $V = \langle V \rangle \pm \Delta V$.

Контрольные вопросы

1. Какова причина выталкивания цилиндра жидкостью?
2. Изменился ли вес цилиндра при его погружении в воду?
3. Будет ли действовать выталкивающая сила, если нижнее основание цилиндра будет плотно (без подтекания воды) прижато ко дну сосуда с водой?

Суперзадание

Как с помощью только одной мензурки с водой определить плотность древесины небольшого тела?

Лабораторная работа № 11

Проверка закона сохранения импульса

Цель: измерить импульс системы до и после взаимодействия тел, входящих в нее; проверить выполнение закона сохранения импульса; рассчитать абсолютную и относительную погрешность прямых измерений дальности полета одного из шаров.

Оборудование: штатив с лапкой, лоток, два шара одинакового объема и разной массы, листы белой и копировальной бумаги, линейка, весы, разновес, скотч.

Проверьте себя

1. Что такое импульс тела? Системы тел?
2. В чем суть закона сохранения импульса?

Вывод расчетных формул

Шар массой m_1, скатываясь с лотка, конец которого расположен горизонтально (рис. 278), приобретает в конце движения по лотку горизонтальную скорость $\vec{v}_1$ и импульс $\vec{p} = m_1\vec{v}_1$.

Проекцию скорости v_{1x} на ось Ox легко определить, измерив дальность полета l и высоту h:

$$v_{1x} = l_1\sqrt{\frac{g}{2h}}. \tag{1}$$

Тогда проекция импульса первого шара на ось Ox будет равна:

$$p_{1x} = m_1 l_1\sqrt{\frac{g}{2h}}. \tag{2}$$

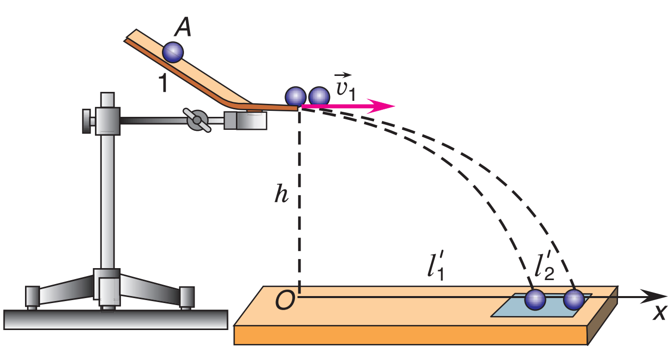


Рис. 278

Поместим на краю лотка второй шар массой m_2, импульс которого $\vec{p}_2 = \vec{0}$ $\left(\vec{v}_2 = \vec{0}\right)$. Первому шару дадим возможность двигаться из прежнего положения A (положение на лотке отмечено мелом).

Первый шар, имеющий в конце лотка горизонтально направленный импульс p_{1x}, взаимодействует с покоящимся вторым шаром. После взаимодействия оба шара имеют скорости v_{1x}' и v_{2x}', направленные горизонтально, а, следовательно, $p_{1x}' = m_1 v_{1x}'$

и $p'_{2x} = m_2 v'_{2x}$. Так как внешние действующие на шары силы (тяжести и реакции опоры) скомпенсированы, то для системы двух шаров выполняется закон сохранения для проекций импульсов на ось Ox:

$$p_{1x} = p'_{1x} + p'_{2x}, \tag{3}$$

или

$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}. \tag{4}$$

Подставив в формулу (4) выражение для скорости (1), получим:

$$m_1 l_1 = m_1 l'_1 + m_2 l'_2, \tag{5}$$

где l'_1 и l'_2 — дальности полета шаров после их столкновения.

Ход работы

1. Измерьте массы m_1 и m_2 шаров на весах, повторив измерения три раза.

2. Укрепите лоток в лапке штатива, чтобы конец лотка был расположен горизонтально на высоте $h = 15$ см от поверхности стола.

3. Сделав мелом метку на лотке, пустите с этого положения шар 1 большей массы m_1 и понаблюдайте, в каком месте стола приземлится шар. Положите здесь лист белой бумаги, зафиксировав его скотчем, а сверху — лист копировальной бумаги.

4. Поместите шар 1 (массой m_1) на метку и отпустите. По отметке на белом листе определите дальность полета l_1. Опыт повторите пять раз, данные занесите в таблицу. Найдите среднее значение l_1.

5. Установите на краю лотка шар 2 меньшей массы m_2. Отпустите шар 1 с того же положения, что и в задании 3. По отметкам на белом листе найдите дальности полета шаров l'_1 и l'_2. Опыт повторите пять раз и найдите среднее значение $\langle l'_1 \rangle$ и $\langle l'_2 \rangle$. Все данные занесите в таблицу.

№ опыта	m_1, кг	m_2, кг	l_1, м	l'_1, м	l'_2, м
1					
2					
3					
4	—	—			
5	—	—			
Среднее значение					

6. Проверьте выполнение закона сохранения проекции импульса на ось Ox, подставив значения $\langle m_1 \rangle$, $\langle m_2 \rangle$, $\langle l_1 \rangle$, $\langle l'_1 \rangle$, $\langle l'_2 \rangle$ в формулу (5).

7. Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности прямых измерений дальности полета одного из шаров. Результаты прямых измерений дальности полета шара запишите в интервальной форме.

Контрольные вопросы

1. Как направлен импульс тела?

2. При каких условиях выполняется закон сохранения импульса?

3. Почему для системы двух шаров можно применять закон сохранения импульса?

Суперзадание

Можно ли утверждать, что суммарный импульс шаров не будет изменяться и при их дальнейшем полете по параболической траектории вплоть до соударения с поверхностью стола? Ответ аргументируйте.

Лабораторная работа № 12

Проверка закона сохранения механической энергии

Цель: проверить выполнение закона сохранения механической энергии; рассчитать абсолютную и относительную погрешности прямых измерений одной из величин (по выбору).

Оборудование: два штатива с лапками, лоток, шар на нити, динамометр, листы белой и копировальной бумаги, линейка, весы, разновес, скотч.

Проверьте себя

1. По какой формуле вычисляется потенциальная энергия тела и растянутой пружины?
2. От чего зависит кинетическая энергия тела?

Вывод расчетных формул

Если растянутая пружина (рис. 279), обладающая потенциальной энергией $E_п$, взаимодействует с телом, то при переходе ее в недеформированное состояние потенциальная энергия пружины при отсутствии сопротивления движению полностью превращается в кинетическую энергию $E_к$ тела:

$$E_п = E_к, \quad (1)$$

$$E_п = \frac{kx^2}{2}, \quad E_к = \frac{mv^2}{2}, \quad (2)$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$

Так как $k|x| = F_{упр}$ — сила упругости пружины, то

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{F_{упр}|x|}{2}. \quad (4)$$

Скорость тела можно определить по дальности его полета l и по высоте падения h: $v^2 = \frac{l^2 g}{2h}$ (вывод формулы см. в лабораторной работе 11).

Тогда

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{ml^2 g}{4h}. \quad (5)$$

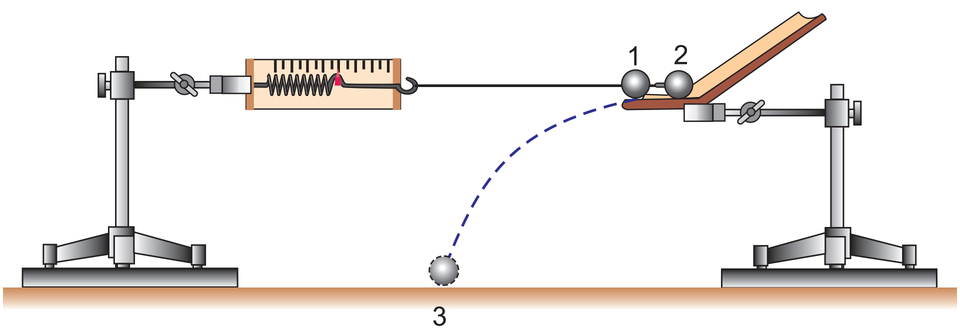


Рис. 279

С учетом выражений (4) и (5) формула (3) примет вид:

$$\frac{F_{\text{упр}}|x|}{2} = \frac{ml^2g}{4h}, \quad \text{или} \quad F_{\text{упр}}|x| = \frac{ml^2g}{2h}. \qquad (6)$$

Формулу (6) можно проверить экспериментально.

Ход работы

1. Измерьте на весах массу шара. Измерения повторите три раза.

2. Укрепите на штативах лоток и динамометр на одинаковой высоте ($h \approx 30$ см) от поверхности стола. Нить длиной 40—45 см одним концом привяжите к крючку динамометра, а другим — к шару (рис. 279). Расстояние между штативами должно быть таким, чтобы шар находился на самом краю горизонтальной части лотка при недеформированной пружине динамометра и горизонтальном положении ненатянутой нити.

3. В предполагаемом месте 3 падения шара положите лист белой бумаги и сверху лист копировальной бумаги. Отведите шар в положение 2 так, чтобы показания динамометра стали $F_{\text{упр}} = 2{,}0$ Н. Отпустите шар и отметьте место падения его на столе по метке на листе белой бумаги (положение 3). Опыт проведите пять раз. Измерьте дальность полета шара во всех пяти опытах.

4. Измерьте линейкой абсолютную деформацию пружины $|x|$ при силе упругости $F_{\text{упр}} = 2{,}0$ Н. Все данные занесите в таблицу.

№ опыта	m, кг	h, м	l, м	$\|x\|$, м
1				
2				
3				
4	—			
5	—			
Среднее значение				

5. Определите средние значения $\langle m \rangle$, $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ и $\langle |x| \rangle$.

6. Подставьте $\langle m \rangle$, $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ и $\langle |x| \rangle$ в формулу (6) и проверьте выполнение закона сохранения энергии.

7. Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности прямых измерений одной из величин (h, l, $|x|$) и запишите результат в интервальной форме.

Контрольные вопросы

1. Какую энергию называют механической?

2. При каких условиях выполняется закон сохранения механической энергии?

3. Чем можно объяснить только приближенное равенство потенциальной энергии пружины и кинетической энергии шара?

Суперзадание

Какую пружину (с большей или меньшей жесткостью) лучше использовать в работе для более точного выполнения закона сохранения механической энергии? Почему?

Приложение 1

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ

Введение

Измерением называется определение значения физической величины с помощью измерительных средств экспериментальным путем.

При выполнении лабораторных работ вы встретитесь с двумя видами измерений: *прямыми* и *косвенными*.

Прямым называется измерение, при котором значение искомой величины определяется непосредственно отсчетом по шкале прибора.

Косвенное измерение — это измерение, при котором значение определяемой величины находится по формуле как функция других величин.

Результат любого измерения является приближенным, т. е. содержит погрешность. Причин погрешности много: несовершенство измерительных приборов, округления при отсчетах и вычислениях, влияние внешних факторов (толчки, изменение температуры, давления и т. п.) и др. Поэтому не следует рассчитывать на получение точного (без погрешности) результата.

1. Случайные и систематические погрешности. Промахи

Случайными называют такие погрешности, которые от опыта к опыту изменяются непредсказуемым образом. Случайную погрешность при одном измерении обнаружить нельзя. Надо провести серию повторных измерений (при одинаковых начальных условиях опыта). Многократное повторение опыта позволяет также уменьшить влияние случайных погрешностей на конечный результат измерений.

Если при повторных измерениях получается один и тот же результат, то это не означает, что случайной погрешности нет. Просто чувствительность измерительного прибора так низка, что случайная погрешность не проявляется.

Систематические погрешности — это погрешности, которые при повторении измерения остаются постоянными. Эти погрешности связаны в основном с несовершенством измерительной техники, приближенной методикой измерений и обработки результатов.

Промахи — грубые ошибки, намного превосходящие ожидаемую при данных условиях погрешность. Они вызываются невнимательностью при снятии результата, неисправностью прибора или резким изменением условий опыта.

Во избежание промаха необходимо измерение одной и той же случайной величины проводить несколько раз и результат, резко отличающийся от других (промах), отбросить.

2. Абсолютная и относительная погрешности

Пусть мы с помощью секундомера измеряем промежуток времени t движения шарика по желобу. Проведя пять повторных измерений, мы получили разные значения t_1, t_2, t_3, t_4, t_5. Это приближенные значения. Допустим, что истинное значение промежутка времени движения равно $t_{ист}$ (рис. 280). Измеренные значения отклоняются от истинного как в большую (t_2, t_3, $t_5 < t_{ист}$), так и в меньшую сторону (t_1, $t_4 < t_{ист}$). **Модуль максимального отклонения полученного результата измерения от истинного значения величины называется максимальной абсолютной**

погрешностью или верхней границей погрешности. В данном примере она обозначается Δt: $\Delta t = |t_4 - t_{ист}|$, так как именно значение t_4 наиболее сильно отличается от $t_{ист}$ (рис. 280).

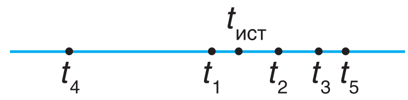


Рис. 280

В большинстве случаев истинное значение $t_{ист}$ величины неизвестно. Но если произвести многократные измерения и найти среднее значение измеренной величины $\langle t \rangle = \frac{(t_1 + t_2 + \ldots + t_n)}{n}$, то, чем большее число n измерений, тем ближе среднее значение величины к истинному.

Тогда окончательный результат измерений промежутка времени следует записать так: $\langle t \rangle - \Delta t \leqslant t_{ист} \leqslant \langle t \rangle + \Delta t$, или $t = \langle t \rangle \pm \Delta t$.

Относительная погрешность ε определяет, какую часть в процентах от среднего значения измеряемой величины составляет абсолютная погрешность: $\varepsilon = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\,\%$.

Например, если среднее значение промежутка времени скатывания шарика с наклонного желоба $\langle t \rangle = 16{,}12$ с определено с точностью до $\Delta t = 0{,}08$ с, то относительная погрешность: $\varepsilon = \frac{0{,}08}{16{,}12} \cdot 100\,\% \approx 0{,}5\,\%$.

Окончательный ответ следует записывать так: $t = (16{,}12 + 0{,}08)$ с; $\varepsilon = 0{,}5\,\%$.

3. Точные и приближенные числа

При обработке результатов измерений нужно различать точные и приближенные числа и знать правила точных и приближенных вычислений.

Точные числа — это числовые коэффициенты; показатели степени в формулах; коэффициенты, отражающие кратность и дольность единиц измерения, и др. Например, в формуле $h = \frac{gt^2}{2}$ коэффициент $\frac{1}{2}$ и показатель степени 2 — точные числа. Или в равенствах 4 км = 4 · 1000 м, 1 с = $\frac{1}{3600}$ ч коэффициенты 1000, $\frac{1}{3600}$ — точные числа.

Приближенными числами являются результаты измерения величин, табличные значения величин, а также округленные значения точных чисел. Значения погрешностей тоже приближенные числа.

Например, значение высоты $h = 10{,}2$ см, измеренное линейкой; ускорение свободного падения $g = 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$; значение абсолютной погрешности $\Delta t = 0{,}08$ с; относительная погрешность $\varepsilon = 0{,}5\,\%$ являются приближенными числами.

4. Значащие цифры

Все цифры числа, кроме нулей, стоящих в начале числа, называются **значащими.** Например, в числах 9,8; 1005; $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$ число значащих цифр соответственно равно: 2, 4 и 1.

В точных числах число значащих цифр может быть бесконечно большим. Например, число 2 можно записать и как 2,0; 2,00; 2,000 и т. д. Все цифры в этих записях значащие.

При записи числа в стандартной форме первую значащую цифру ставят в разряд единиц, а остальные — в десятичные разряды после запятой. Например: $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$; $0{,}000172 = 1{,}72 \cdot 10^{-4}$; $1328 = 1{,}328 \cdot 10^3$.

Абсолютная погрешность в окончательном виде записывается с одной значащей цифрой. Например: $l = (112{,}48 \pm 0{,}02)$ см; $\Delta l = 0{,}02$ см $= 2 \cdot 10^{-2}$ см.

5. Верные и сомнительные цифры

Результаты измерений и вычислений могут содержать разное количество значащих цифр, среди которых есть верные, сомнительные и неверные.

Цифра приближенного числа считается верной, если его абсолютная погрешность не превышает одной единицы того разряда, в котором стоит данная цифра.

Например, для измеренной длины $l = (93 \pm 2)$ мм абсолютная погрешность $2 < 10$, значит, цифра 9, стоящая в разряде десятков, верная. Цифра 3 стоит в разряде единиц. Погрешность $2 > 1$, значит, цифра 3, стоящая за верной цифрой, является сомнительной.

Еще один пример. Пусть измеренная величина массы записана так: $m = (2{,}58 \pm 0{,}04) \cdot 10^2$ кг. Абсолютная погрешность $0{,}04 < 1$ (2 — верная цифра), $0{,}04 < 0{,}1$ (5 — верная цифра), наконец, $0{,}04 > 0{,}01$, значит, цифра 8 — сомнительная.

Цифры, стоящие за сомнительной, — неверные. Например, в приближенном числе $17{,}45 \pm 2$ цифры 4, 5 — неверные. Неверные цифры следует отбросить и записать: 17 ± 2.

У точных чисел все значащие цифры верные, а погрешность точного числа всегда равна нулю.

6. Округление чисел

Точные и приближенные числа можно округлять, т. е. уменьшать количество значащих цифр.

При округлении чисел руководствуются следующим правилом: если первая отбрасываемая цифра равна или больше 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу, если меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не изменяется.

Например, округлить до десятых или до трех значащих цифр числа:

$13{,}273 \approx 13{,}3$ (отбрасываемая цифра $7 > 5$);
$13{,}253 \approx 13{,}3$ (отбрасываемая цифра 5);
$13{,}233 \approx 13{,}2$ (отбрасываемая цифра $3 < 5$).

Абсолютную погрешность округляют до одной значащей цифры. Например: $l = (62 \pm 2{,}4)$ мм следует записать: $l = (62 \pm 2)$ мм.

7. Математические операции над приближенными числами

- *Сложение и вычитание*

При сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует оставить столько значащих цифр, сколько их в числе с наименьшим количеством значащих цифр.

Например:

$$\begin{array}{r} 4{,}87 \\ +\ 2{,}3 \\ \underline{0{,}482} \\ 7{,}652 \approx 7{,}7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102{,}328 \\ \underline{-\ 7{,}21} \\ 95{,}118 \approx 95{,}1 \end{array}$$

- *Умножение и деление*

При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их в исходном данном с наименьшим количеством значащих цифр.

Например:

$35{,}2 \cdot 0{,}24 = 8{,}448 \approx 8{,}4.$

$87{,}6779 : 7{,}1 = 12{,}349 \approx 12.$

• *Возведение в степень и извлечение корня*

При возведении в степень приближенного числа в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько значащих цифр имеет возводимое в степень число:

$0{,}37^2 = 0{,}1369 \approx 0{,}14.$

При извлечении корня из приближенного числа в результате сохраняется столько значащих цифр, сколько значащих цифр имеет подкоренное число:

$\sqrt{3{,}0} = 1{,}73205... \approx 1{,}7;$

$\sqrt{81} = 9{,}0;$

$\sqrt[3]{64} = 4{,}0.$

• *Вычисление тригонометрической функции*

При вычислении тригонометрической функции ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$, $\mathrm{ctg}\,\alpha$), если значение угла α задано с точностью до $1°$, в значении тригонометрической функции следует сохранить две значащие цифры.

Например: $\sin 23° \approx 0{,}39$; $\mathrm{tg}\ 30° \approx 0{,}53$.

8. Оценка погрешностей прямых измерений методом цены деления

Несовершенство измерительных приборов нередко приводит к тому, что повторные измерения дают один и тот же результат. Например, мерной лентой измеряют длину желоба, и во всех трех измерениях получается результат 62 мм.

В таком случае:

1) достаточно трех повторных измерений;

2) приближенное значение измеряемой величины $l_{\text{изм}} = \langle l \rangle = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3}$ равно любому из трех значений;

3) абсолютную погрешность определяют равной цене деления шкалы прибора $\Delta l = 1$ мм. Ответ измерения следует представить в виде $l = (62 \pm 1)$ мм.

9. Метод подсчета цифр (МПЦ)

Метод подсчета цифр (МПЦ) используется для обработки результатов косвенных измерений, в то время как метод цены деления — для прямых измерений.

При обработке результатов измерений МПЦ необходимо придерживаться следующих правил.

1. Результаты всех прямых измерений записывают в таблицу, оставляя только верные цифры (иногда для повышения точности окончательного ответа оставляют одну сомнительную цифру).

2. Все вычисления выполняют согласно правилам проведения математических операций над приближенными числами (пункт 7 *Приложения 1*). Эти правила называют *правилами подсчета цифр.*

3. Погрешность результата непосредственно не вычисляют. Результат измерения при МПЦ записывается без указания погрешности.

Приложение 2

Как просматривать видео к иллюстрациям

Рисунки, отмеченные знаком, можно «оживить» (преобразовать в видеоролик) с помощью смартфона или планшета. Для этого вам понадобятся программа HP Reveal и доступ в Интернет.

HP Reveal работает на смартфонах и планшетах с операционной системой Android 4.0 и выше, iOS 8.0 и выше. На работу программы влияют продуктивность процессора и скорость интернет-соединения. HP Reveal загружает большой объем информации, поэтому выход в Интернет лучше осуществлять через Wi-Fi.

Чтобы установить программу HP Reveal на смартфон или планшет с операционной системой Android, необходимо:

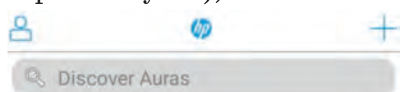
1) открыть Play Маркет ( ) и набрать в поиске HP Reveal;

2) выбрать приложение HP Reveal: . В открывшемся окне нажать УСТАНОВИТЬ → ПРИНЯТЬ;

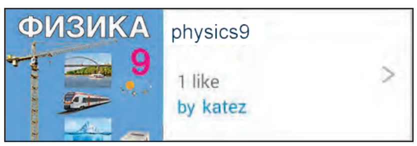
Рис. 281

3) после установки нажать кнопку ОТКРЫТЬ. Появится экран регистрации. Нажать CREATE AN ACCOUNT (рис. 281);

4) указать e-mail (не обязательно), придумать имя пользователя (Username), пароль (Password), каждый раз для следующего шага нажимаем NEXT. После введения пароля (Password) еще раз нажимаем CREATE AN ACCOUNT;

5) после успешной регистрации нажать кнопку DONE (верхний правый угол), появится строка «Discover Auras»: 

, набрать в строке поиска physics9;

6) нажать 

;

7) нажать в появившемся окне серую кнопку «Follow». После нажатия цвет кнопки должен измениться на синий, а надпись поменяется на «Following». Это говорит о том, что все сделано правильно;

8) выходим в главное меню кнопкой «Back» в верхнем левом углу. Кнопкой возврата выходим в основное меню, нажимаем на синий квадратик: .

Теперь программой можно пользоваться. Наведите камеру на рисунок, отмеченный знаком, так, чтобы рисунок полностью поместился на экране, и немного подождите, не двигая смартфон или планшет. Круги в центре должны изменить форму. Таким образом программа сообщает, что распознала рисунок, видеоматериал можно будет посмотреть через несколько секунд. Для того чтобы развернуть видеоролик, дотроньтесь до него. Видеоролики опытов размещены также на национальном образовательном портале http://e-vedy.adu.by.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ

Упражнение 3. **3.** $s = 2{,}0$ км; $\Delta r = 0{,}10$ км. **7.** $s = 0{,}12$ км; $\Delta r = 40$ м. **8.** $\Delta r_2 = 0$.

Упражнение 4. **1.** $v = 72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.** $l_1 = 45$ км; $l_2 = 36$ км; $l_{1-2} = 81$ км. **3.** $x_0 = 5{,}0$ км; $x_1 = 725$ км; $v = 720\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $s = \Delta r = 240$ км.

Упражнение 5. **1.** $s_{\text{I}} = 1{,}0$ км; $\Delta r_{\text{I}} = 1{,}0$ км; $s_{\text{II}} = 0{,}25$ км; $\Delta r_{\text{II}} = -0{,}25$ км; $s_{\text{III}} = 0{,}13$ км; $\Delta r_{\text{III}} = 0{,}13$ км; **2.** $x_{01} = 6{,}0$ км; $x_{02} = -6{,}0$ км; $v_{1x} = 9{,}0\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $v_{2x} = 18\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $t = 80$ мин. **3.** $\langle v \rangle = 4\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $\langle v_1 \rangle = 5\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $\langle v_2 \rangle = 0\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $\langle v_3 \rangle = 4\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; **5.** $\frac{\langle v_{1x} \rangle}{\langle v_{2x} \rangle} = \frac{5}{3}$. **6.** $\langle v \rangle = 0{,}14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\left|\langle \vec{v} \rangle\right| = 0{,}10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **7.** $s = 0{,}94$ км; $\Delta r = 0{,}12$ км; $\langle v \rangle = 1{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\left|\langle \vec{v} \rangle\right| = 0{,}20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; **8.** $v_2 = 50\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **9.** $\langle v \rangle = 48\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **11.** $v_2 = 2{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Упражнение 6. **4.** $2{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \leqslant v \leqslant 5{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **5.** $\Delta r = 45$ км; $v = 25\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **6.** $\Delta r = 9$ км; $v = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **7.** $\frac{\Delta t_{\text{оз}}}{\Delta t_{\text{р}}} = \frac{3}{4}$. **8.** $\Delta r_{\text{пл}} = 0$; $\Delta r_{\text{б}} = 60$ м; $v_{\text{б}} = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **9.** $v_{\text{б}} = 0{,}87\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $t = 1{,}9$ мин; $\alpha = 30°$. **10.** $t = 23$ с.

Упражнение 7. **1.** $\Delta v = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **2.** $a = 0{,}22\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **3.** $t = 10$ с. **5.** $a = 75\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; $v_0 = 90\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $v_{1x} = 45\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $t_{\text{п}} = 1{,}2$ с. **6.** $a_{1x} = -0{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{мин}^2}$; $a_{2x} = 0{,}03\ \frac{\text{км}}{\text{мин}^2}$; $v_{1x} = v_{2x} = 0{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{мин}}$; $t_1 = 4$ мин; $\Delta r_1 = 0{,}8$ км.

Упражнение 8. **2.** $a = 0{,}33\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $s = 0{,}60$ км. **3.** $v_x = 32\ \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $\Delta r_x = 156$ см. **4.** $\frac{s_A(4\text{с})}{s_B(4\text{с})} = \frac{20}{11}$; $\frac{s_A(8\text{с})}{s_B(8\text{с})} = \frac{8}{7}$; $x_A = A_1 t + \frac{B_1 t^2}{2}$, где $A_1 = 15\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B_1 = -1{,}25\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $x_B = A_2 t + \frac{B_2 t^2}{2}$, где $A_2 = 5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $B_2 = 0{,}94\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **6.** $y_1 = s_1 = \Delta r_1 = 10$ м; $y_2 = \Delta r_2 = 10$ м; $s_2 = 12{,}5$ м; $y_3 = \Delta r_3 = 0$; $s_3 = 22{,}5$ м. **7.** $\langle v \rangle = 12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **8.** $t = 0{,}5$ с.

Упражнение 9. **4.** $\frac{s_{AB}}{\Delta r_{AB}} = 1{,}1$; $\frac{s_{AC}}{\Delta r_{AC}} = 1{,}6$. **5.** $\nu = 0{,}25\ \text{с}^{-1}$; $T = 4$ с; $\omega = 1{,}6\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. **6.** $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$; $\frac{\nu_1}{\nu_2} = 2$; $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$. **7.** $\omega = 63\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $T = 0{,}10$ с; $v = 13\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **8.** $T_{\text{ч}} = 12$ ч; $T_{\text{м}} = 1$ ч; $T_{\text{с}} = 1$ мин; $\nu_{\text{ч}} = \frac{1}{12}\ \text{ч}^{-1}$; $\nu_{\text{м}} = 1\ \text{ч}^{-1}$; $\nu_{\text{с}} = \frac{1}{60}\ \text{с}^{-1}$; $\omega_{\text{ч}} = \frac{\pi}{6}\ \frac{\text{рад}}{\text{ч}}$; $\omega_{\text{м}} = 2\pi\ \frac{\text{рад}}{\text{ч}}$; $\omega_{\text{с}} = \frac{\pi}{30}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. **9.** $\omega = 2 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 30\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Упражнение 10. **1.** $\omega = 0{,}63\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 3{,}14\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **2.** $a = 5{,}4 \cdot 10^5\ \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}$. **3.** $a = 6{,}0 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{км}}{\text{с}^2}$. **4.** $R = 0{,}3$ м. **5.** $T = 1{,}6$ с; $a_1 = 3{,}2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $a_2 = 8{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **6.** $\omega = 0{,}71\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 4{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta r = 13$ м; $s = 0{,}1$ км. **7.** $\frac{v_1}{v_2} = 15{,}7$; $\frac{a_1}{a_2} = 188$.

8. $a = 2{,}5\ \frac{м}{с^2}$; 9. $\upsilon = 12\ \frac{м}{с}$. 10. а) $\upsilon = 465\ \frac{м}{с}$; $a = 0{,}034\ \frac{м}{с^2}$; б) $\upsilon = 233\ \frac{м}{с}$; $a = 0{,}017\ \frac{м}{с^2}$. 11. $h = 58$ м.

Упражнение 12. 3. Да; $m_З = m_Л = 0{,}27$ кг; $\rho_З = \rho_Л = 2{,}7\ \frac{г}{см^3}$. 4. $m_в = 384$ кг. 5. $\rho = 2{,}7\ \frac{г}{см^3}$.

Упражнение 13. 4. $\upsilon = 2{,}3\ \frac{м}{с}$; $a = 3{,}3\ \frac{м}{с^2}$. 5. $F = 24{,}6$ Н. 6. $a = 7{,}6\ \frac{м}{с^2}$; $F_д = 36$ Н.

Упражнение 15. 3. $\Delta l = 4{,}0$ мм. 4. $\frac{k_I}{k_{II}} = \frac{3}{7}$. 5. а) $k = 75\ \frac{Н}{м}$; б) $k = 300\ \frac{Н}{м}$.

Упражнение 16. 6. $F_{макс\ тр\ пок} = 3{,}0$ Н; $\mu_{пок} = 0{,}58$. 7. $m = 2{,}0$ кг. 8. $t = 2{,}0$ с; $s = 30$ м.

Упражнение 17. 1. $\upsilon = 10\ \frac{м}{с}$; $h = 5$ м. 2. $t_1 = 1{,}2$ с; $t_2 = 1{,}4$ с; $\upsilon = 20\ \frac{м}{с}$. 3. $l = 10$ см. 4. $\upsilon_0 = 6{,}0\ \frac{м}{с}$.

Упражнение 18. 4. $g_h = 1{,}1\ \frac{м}{с^2}$. 5. $h = 4{,}7 \cdot 10^6$ м. 6. $T = 93$ мин. 7. $M = 6{,}4 \cdot 10^{23}$ кг.

Упражнение 19. 1. $a = 1{,}0\ \frac{м}{с^2}$ (вверх). 2. $a = 10\ \frac{м}{с^2}$. 3. $P = 31$ кН. 4. $P = 49$ кН. 5. $P = 1{,}8$ кН; $Q = 2{,}6$. 6. $m = 3{,}0$ кг.

Упражнение 20. 3. $M_1 = 2{,}7$ Н · м; $M_2 = 2{,}7$ Н · м. 4. $M = 30$ Н · м. 6. $F = 0{,}27$ Н.

Упражнение 21. 4. $\frac{F_1}{F_2} = \frac{5}{7}$. 5. $F_1 = 3{,}5$ Н; $F_2 = 1$ Н. 6. $m = 42$ кг.

Упражнение 22. 2. $A_{пол} = 500$ Дж; $A_{сов} = 550$ Дж; $\eta = 91$ %. 3. $A_{пол} = 8{,}0$ Дж; $A_{сов} = 10$ Дж; $\eta = 80$ %. 4. $A_{пол} = 50$ Дж; $A_{сов} = 60$ Дж; $\eta = 83$ %. 5. $A_{сов} = 24$ кДж; $P = 0{,}80$ кВт. 6. $A_{пол} = 30$ кДж. 7. $\eta = 80$ %; $P = 200$ Вт. 8. $\eta = 73$ %.

Упражнение 23. 2. $x_c = 7{,}7$ см (от центра алюминиевой части). 3. $x_c = \frac{R}{6}$. 4. $m_в = 15 \cdot 10^3$ кг. 5. $F_A = 103$ Н; $m_{гр} = 8{,}1$ кг. 8. $V = 45 \cdot 10^3$ м^3.

Упражнение 24. 3. $\Delta p_1 = \sqrt{2}m\upsilon$; $\Delta p_2 = 2m\upsilon$; $\Delta p_3 = 0$. 4. $\Delta p = 1{,}6 \cdot 10^{-23}\ \frac{кг \cdot м}{с}$.

Упражнение 25. 3. а) $\upsilon_1' = 1{,}3\ \frac{м}{с}$; б) $\upsilon_1' = -0{,}3\ \frac{м}{с}$ (в противоположном направлении); в) $\upsilon_1' = 2{,}9\ \frac{м}{с}$; $\upsilon_2' = 5{,}3\ \frac{м}{с}$. 4. $l = 1{,}0$ м. 5. $l_1 = 71$ см. 6. $\upsilon = 4{,}0\ \frac{м}{с}$. 7. $\Delta\upsilon = 0{,}5\ \frac{м}{с}$. 9. $\upsilon_3 = 1{,}8\ \frac{м}{с}$.

Упражнение 26. 3. $\alpha = 30°$. 4. $A = 0{,}2$ Дж. 5. $A = 15$ Дж. 6. $m = 1{,}0 \cdot 10^6$ кг; $A = -200$ МДж. 7. $A = 0{,}6$ кДж. 9. $A = 0{,}22$ МДж; $P = 1{,}6$ кВт. 10. $A = 64$ кДж; $P = 18$ кВт.

Упражнение 27. 1. $k = 100\ \frac{Н}{м}$. 2. $A = 0{,}16$ Дж. 3. $m = 5{,}0$ кг.

Упражнение 28. 1. $E_к = 0{,}30$ кДж. 3. $E = 40$ Дж.

Упражнение 29. 3. $E_к = 0{,}15$ МДж. 4. $m = 10$ г; $A = 2{,}4$ мДж. 5. $\Delta E_п = 12$ Дж. 6. $E_п = 50$ мДж; $A = 18$ мДж. 7. $\upsilon_{макс} = 1{,}1\ \frac{м}{с}$. 8. $\alpha = 60°$. 9. $\upsilon_1' = 2{,}0\ \frac{м}{с}$; $\Delta E_{внутр} = 36$ Дж; $\langle F \rangle = 600$ Н. 10. $l = 23$ м. 11. $A_{тр} = \Delta E_к = -1{,}5$ МДж. 13. $E_к = 30$ кДж; $F_{ср} = 150$ кН.

(Название и номер учреждения образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Оценка учащемуся за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Исаченкова Лариса Артемовна
Сокольский Анатолий Алексеевич
Захаревич Екатерина Васильевна

ФИЗИКА

Учебное пособие для 9 класса
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

Зав. редакцией *Г. А. Бабаева*. Редактор *Е. И. Черникова*. Художник *Е. Г. Дашкевич*. Художественный редактор *А. Н. Богушевич*. Техническое редактирование и компьютерная верстка *Л. И. Шевко*. Корректоры *О. С. Козицкая, Е. П. Тхир, В. С. Бабеня, А. В. Алешко*.

Подписано в печать 22.04.2018. Формат $84 \times 108^1/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура школьная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 21,84 + 0,42 форз. Уч.-изд. л. 14,00 + 0,5 форз. Тираж 115 000 экз. Заказ .

Издательское республиканское унитарное предприятие «Народная асвета»
Министерства информации Республики Беларусь.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий 1/2 от 08.07.2013.
Пр. Победителей, 11, 220004, Минск, Республика Беларусь.

ОАО «Полиграфкомбинат им. Я. Коласа».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 2/3 от 10.09.2018.
Ул. Корженевского, 20, 220024, Минск, Республика Беларусь.

ЗНАЧЕНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТЕЛ И ПРОЦЕССОВ
(ПРИБЛИЖЕННЫЕ)

300 000 $\frac{км}{с}$	Света в вакууме
225 408 $\frac{км}{с}$	Света в пресной воде
30 $\frac{км}{с}$	Земли вокруг Солнца
7,9 $\frac{км}{с}$	Первой космической
1 $\frac{км}{с}$	Луны вокруг Земли
425 $\frac{м}{с}$	Молекул кислорода (при нормальных условиях)
1430 $\frac{м}{с}$	Звука в пресной воде при 17 °C
331 $\frac{м}{с}$	Звука в воздухе (при нормальных условиях)
160 $\frac{км}{ч}$	Поездов на линиях Белорусской железной дороги (максимальная)

ЗНАЧЕНИЯ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ НА НЕКОТОРЫХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛАХ
(ПРИБЛИЖЕННЫЕ)

СОЛНЦЕ	$274\ \frac{м}{с^2}$
ЮПИТЕР	$23{,}0\ \frac{м}{с^2}$
НЕПТУН	$15{,}0\ \frac{м}{с^2}$
ЗЕМЛЯ	$9{,}81\ \frac{м}{с^2}$
САТУРН	$9{,}44\ \frac{м}{с^2}$
ВЕНЕРА	$8{,}69\ \frac{м}{с^2}$
МАРС	$3{,}72\ \frac{м}{с^2}$
ЛУНА	$1{,}62\ \frac{м}{с^2}$
ФОБОС	$0{,}005\ \frac{м}{с^2}$